Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss

Schuljahr 2004/2005

25. Mai 2005

Mathematik

Gesamtschulen, Gymnasien und Realschulen

Aufgabensatz - HAUPTTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Nichtprogrammierbarer Taschenrechner, Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V).**
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält zunächst **Aufgabe I** zur Bearbeitung ohne Taschenrechnerunterstützung. Diese Aufgabe ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben** zur Bearbeitung sowie seinen Taschenrechner. Diese Aufgaben sind auf Extrablättern zu bearbeiten.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden in kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Note
≥ 95	1+
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3

Bewertungseinheiten	Note
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Die **Note „ausreichend“** für den **Hauptschulabschluss** wird erteilt, wenn mindestens 30 % der erreichbaren Gesamtleistung erbracht wurden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2005 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ➜	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ➜
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➜						
II	a	b	c	d	e	f	
III	a	b	c	d	e	f	
IV	a	b	c	d	e		
V	a	b	c	d	e	f	
						Summe der BWE ➜	

Bewertungstext

Note ➜

Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Realschulabschlussprüfung 2005 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ➔	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ➔
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a	b	c	d	e	f	
III	a	b	c	d	e	f	
IV	a	b	c	d	e		
V	a	b	c	d	e	f	
	Summe der BWE ➔						

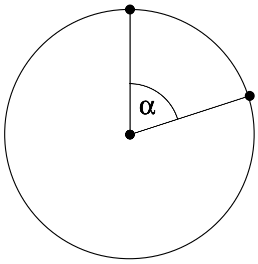
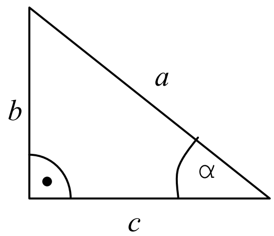
Bewertungstext

Note ➔

Aufgabe I – verbindlich – ohne Taschenrechner zu bearbeiten

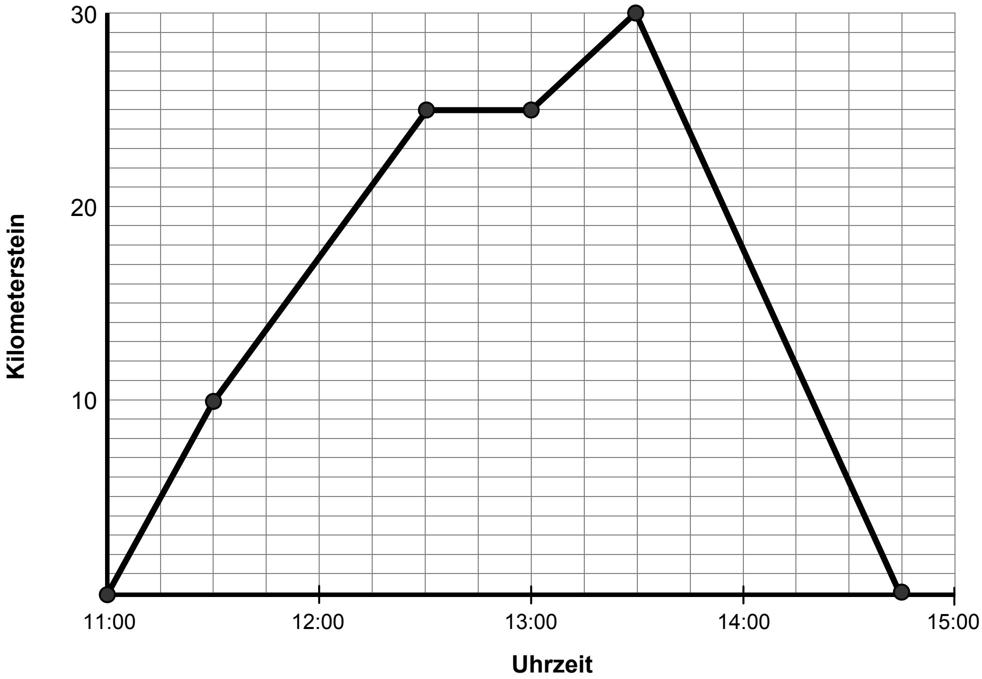
1. Notiere jeweils den Buchstaben der korrekten Lösung in der letzten Spalte:

	Aufgabe	a)	b)	c)	d)	Lösung
a)	$\frac{7}{6} \cdot 18 =$	14	$\frac{14}{3}$	21	$\frac{126}{108}$	
b)	$1{,}1 \cdot 0{,}09 =$	0,099	9,9	0,0099	0,99	
c)	$\frac{1}{8}$ kg = … g	15 g	125 g	80 g	180 g	
d)	210 min = … h	3 h	45 h	$3\frac{1}{2}$ h	$4\frac{1}{2}$ h	
e)	$-4 \cdot \sqrt{81} =$	324	–36	36	–72	
f)	$\frac{2}{5} =$	40 %	0,52	60 %	20 %	
g)	48 : 6 = … : 12	24	72	86	96	
h)	Subtrahiert man von einer Zahl $2\frac{1}{4}$, so erhält man $4\frac{3}{4}$. Wie heißt die Zahl?	2	7	$2\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	
i)	$4^4 \cdot 4^5 =$	4^{20}	$16 \cdot 20$	4^9	16^9	
j)	$(3y-4) \cdot 2y =$	$6y-8y$	$-5y-6y$	$12y^2-8y$	$6y^2-8y$	
k)	Hier sind die Höchstgeschwindigkeiten von vier verschiedenen Fahrzeugen angegeben. Welches ist das schnellste?	200 $\frac{m}{s}$	36,9 $\frac{km}{h}$	360 $\frac{km}{h}$	360 $\frac{m}{s}$	
l)	Zu welchem der angegebenen Terme passt der folgende Text? Subtrahiere das Produkt von 19 und 4 von 170 und addiere dann 6.	$19 \cdot 4-(170+6)$	$170-19 \cdot 4+6$	$170-4 \cdot (19+6)$	$19 \cdot 4-170+6$	
m)	Ein 4,8 m langes Brett soll in sechs gleich lange Stücke zersägt werden. Wie lang ist jedes Stück?	70 cm	80 cm	75 cm	60 cm	

	Aufgabe	**a)**	**b)**	**c)**	**d)**	**Lösung**
n)	Der Winkel α hat die Größe 72^0. Welcher prozentuale Anteil der Kreisfläche wird durch den Kreissektor beschrieben? 	18%	20%	25%	28%	
o)	*n* sei eine natürliche Zahl. Wie muss folgender Term ergänzt werden, damit stets eine Quadratzahl (einer anderen natürlichen Zahl) entsteht? $n^2 + \_\_\_\_\_ + 144$	0	$12n$	$6n$	$24n$	
p)	 $\cos\alpha = \ldots$	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{c}{a}$	$\frac{b}{a}$	
q)	Um welchen Faktor ändert sich das Volumen eines Würfels, wenn man die Kantenlänge verdoppelt?	2	4	6	8	

2. Fahrradtour

Eine Radwandergruppe fährt von ihrem Heimatort in den 30 km entfernten Zielort und auf der gleichen Straße wieder zurück. Das folgende Diagramm beschreibt den Verlauf der Tour. Die Straße ist durch Kilometersteine markiert.



a) Gib an, welche Streckenlänge bis zur Pause zurückgelegt wurde. ________________

b) Gib die Pausenlänge an. ________________

c) Gib an, zwischen welchen Uhrzeiten die durchschnittliche Geschwindigkeit am höchsten ist. ________________

d) Gib die durchschnittliche Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ zwischen 11.30 Uhr und 12.30 Uhr an. ________________

3. Gleichungen

Bestimme die Lösungen (Lösungsmengen) folgender Gleichungen in der Grundmenge $\mathbb{R}$:

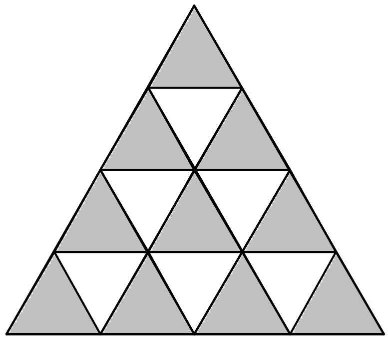
a) $2x + 19 = 10$ ________________

b) $x^2 - 81 = 0$ ________________

c) $x \cdot (x - 2{,}38) = 0$ ________________

4. Dreieck

In der nebenstehenden Abbildung siehst du ein großes Dreieck, das aus kleinen weißen und gefärbten gleichseitigen Dreiecken besteht.



a) Gib an, wie viel Prozent von der gesamten Fläche weiß ist.

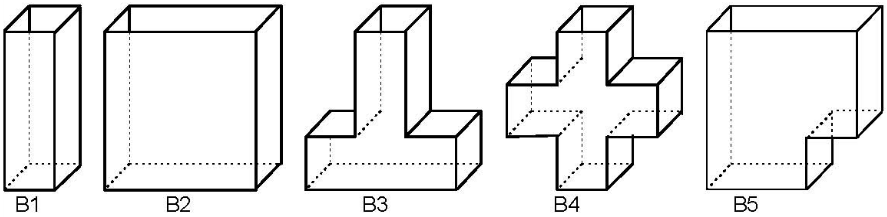
____

b) Gib das Verhältnis der weißen Fläche zur gefärbten Fläche an.

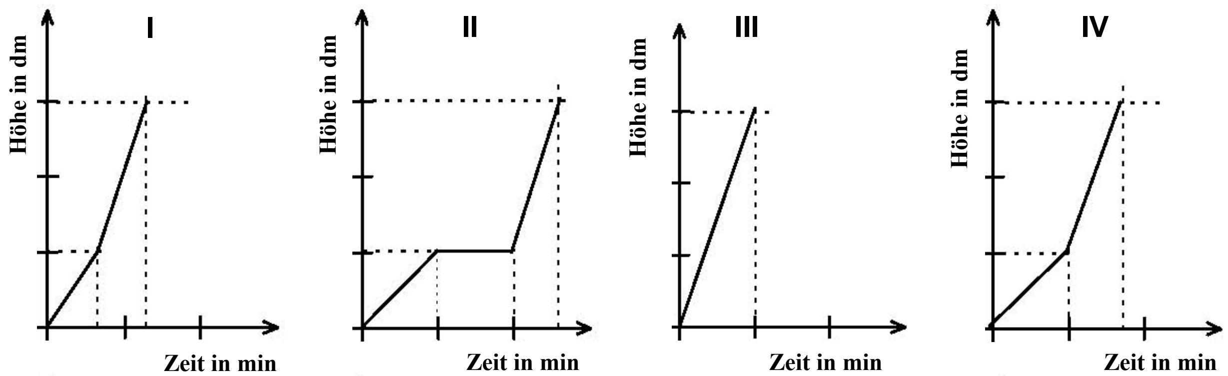
____

5. Füllgraphen

Jeder der abgebildeten Behälter wird gleichmäßig mit der gleichen Wassermenge pro Zeiteinheit gefüllt.



Die folgenden Füllgraphen geben die Höhe *h* des Wasserstandes in Abhängigkeit von der Öffnungszeit *t* der Wasserleitungen an.



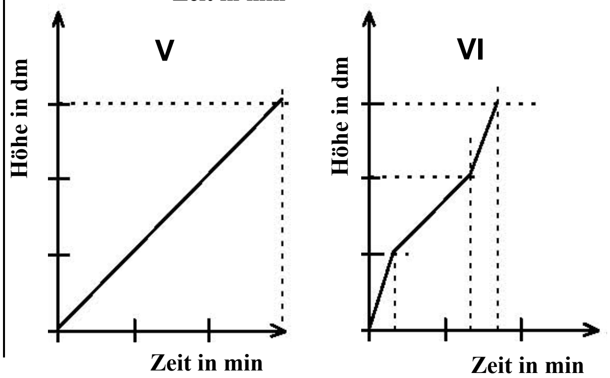
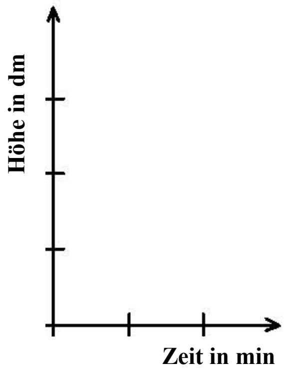


Diagramm zu B_5:



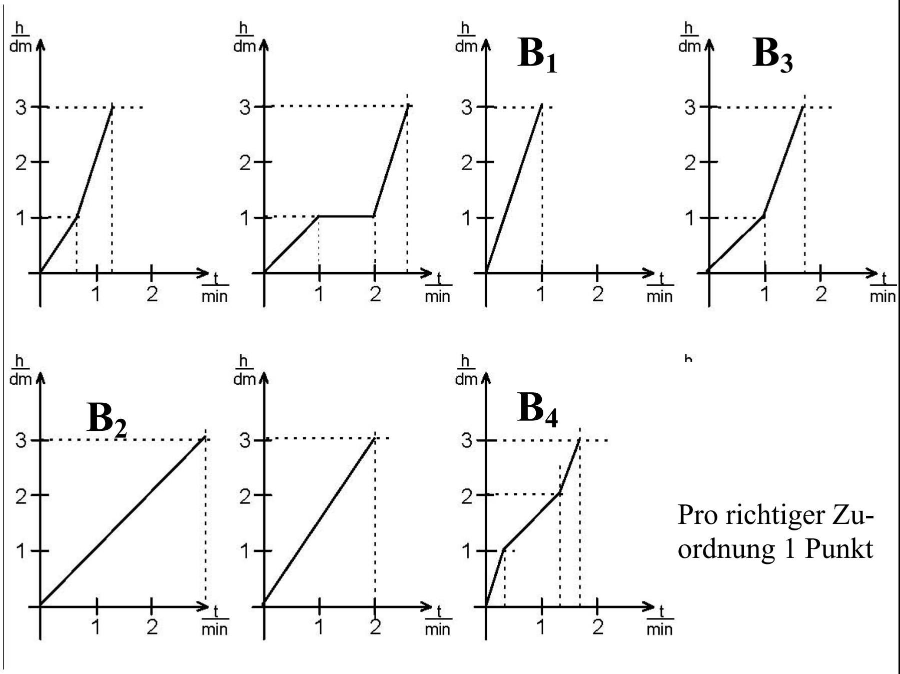
a) Bestimme, welches Diagramm zu welchem der Behälter B_1, B_2, B_3 bzw. B_4 gehört.
Schreibe die Behälternamen an die zugehörigen Diagramme.

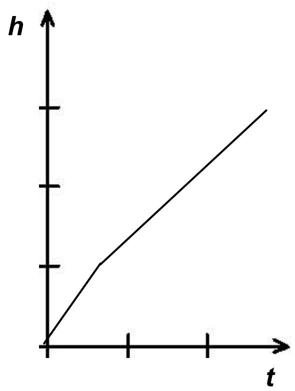
b) Zeichne das entsprechende Diagramm, das die Füllhöhe des Behälters B_5 in Abhängigkeit von der Füllzeit beschreibt.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze		Zuordnung, Bewertung I	II	III
1.	a) $\frac{7}{6} \cdot 18 = \mathbf{21}$	**c)**	1		
	b) $1{,}1 \cdot 0{,}09 = \mathbf{0{,}099}$	**a)**	1		
	c) $\frac{1}{8}$ kg = **125 g**	**b)**	1		
	d) 210 min = $\mathbf{3\frac{1}{2}}$ **h**	**c)**	1		
	e) $-4 \cdot \sqrt{81} = \mathbf{-36}$	**b)**		1	
	f) $\frac{2}{5}$ = **40 %**	**a)**		1	
	g) 48 : 6 = **96** : 12	**d)**		1	
	h) $x - 2\frac{1}{4} = 4\frac{3}{4}$; $x = \mathbf{7}$	**b)**		1	
	i) $4^4 \cdot 4^5 = 4^9$	**c)**		1	
	j) $(3y-4) \cdot 2y = 6y^2 - 8y$	**d)**		1	
	k) Höchste Geschwindigkeit: **360** $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	**d)**		1	
	l) $170 - 19 \cdot 4 + 6$	**b)**		1	
	m) **80 cm**	**b)**	1		
	n) Kreissektor beschreibt einen Anteil von **20 %**.	**b)**		1	
	o) $24n$	**d)**			1
	p) $\cos \alpha = \frac{c}{a}$	**c)**		1	
	q) Faktor 8	**d)**		1	
2.	a) Bis zur Pause wurden **25 km** zurückgelegt.			1	
	b) Die Länge der Pause beträgt **eine halbe Stunde (30 min).**			1	
	c) Zwischen 13.30 Uhr und 14.45 Uhr war die durchschnittliche Geschwindigkeit am höchsten.				1
	d) Gefahrene Strecke: 15 km, Fahrzeit: 60 Minuten = 1 h; Geschwindigkeit zwischen 11.30 Uhr und 12.30 Uhr also **15** $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ **.**			1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
3.	a) $2x+19=10$ Die Gleichung hat die Lösung $\boldsymbol{x = -4{,}5}$ oder: $L=\{-4{,}5\}$	1		
	b) $x^2-81=0$ Die Gleichung hat die Lösungen $\boldsymbol{x_1 = -9 \wedge x_2 = 9}$ oder: Die Gleichung hat die Lösungen $\boldsymbol{x = -9 \vee x = 9}$ oder: $L=\{-9\,;9\}$.		2	
	c) $x\cdot(x-2{,}38)=0$ Die Gleichung hat die Lösungen $\boldsymbol{x_1 = 0 \wedge x_2 = 2{,}38}$ oder: Die Gleichung hat die Lösungen $\boldsymbol{x = 0 \vee x = 2{,}38}$ oder: $L=\{0\,;2{,}38\}$. *Auf die hier verwendete formale Korrektheit in den Aufgabenteilen b) und c), insbesondere die Verwendung von logischen Operatoren, sollte nicht bestanden werden. So wäre z.B. auch volle Punktzahl zu geben für x = –9 und x = 9 oder* $x_{1/2}=\pm 9$.		2	
4.	a) 6 von 16 Dreiecken sind weiß, also $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}=0{,}375=$ **37,5 %.**		1	
	b) **6 : 10** oder **3 : 5** oder **1 :** $\boldsymbol{1{,}\overline{6}}$.	1		

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Lösungsskizze</td><td colspan="3">Zuordnung, Bewertung</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>a)


Pro richtiger Zuordnung 1 Punkt</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>b)


Hinweis zur Korrektur:
Das Prinzip muss erkannt sein; die Befüllung verläuft in den beiden Abschnitten jeweils linear in Abhängigkeit von der Zeit, zunächst schneller (Graph steiler), dann langsamer (Graph flacher). Genauere Angaben sind wegen der fehlenden Bemaßung nicht möglich.</td><td></td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 34 BWE</td><td>7</td><td>23</td><td>4</td></tr>
</table>

Aufgabe II – Idee der Zahl

Autokauf

Beim Kauf eines Autos stellt sich oft die Frage, ob man ein Fahrzeug mit einem Benzin- oder mit einem Dieselmotor kaufen soll.

Schaut man sich die Kosten an, die in einem Jahr entstehen, so kann das eine Hilfe bei der Auswahl zwischen einem Benzin- oder Dieselmotor sein.

Eine Autozeitschrift gibt für einen bestimmten Autotyp folgende Zahlen an:

	Auto mit Benzinmotor	Auto mit Dieselmotor
jährliche Festkosten*)	2 291,40 €	2 770,80 €
durchschnittlicher Kraftstoffverbrauch auf 100 km	6,8 Liter	5,3 Liter

*) Festkosten sind z. B. Steuer, Versicherung, Ölwechsel, Reparaturen

a) Im November 2004 kostete 1 Liter Benzin 1,19 € und ein Liter Diesel 1,05 €.
Fülle die Tabelle in der Anlage aus.

b) Gib an, bei welchen jährlich gefahrenen Strecken aus der Tabelle in der Anlage die jährlichen Gesamtkosten für ein Dieselfahrzeug günstiger sind.

c) Berechne, wie viel Geld beim Vergleich der Gesamtkosten bei einer jährlichen Fahrleistung von 30 000 km mit einem Dieselauto pro Jahr gespart werden kann.

d) Berechne, ab welcher jährlichen Fahrleistung ein Dieselfahrzeug niedrigere Gesamtkosten hat als ein Benzinfahrzeug.

e) Ein Neuwagen mit Benzinmotor kostet 17 275 €, ein Neuwagen mit Dieselmotor ist teurer und kostet 18 350 €.
Herr Timm will sich einen neuen Dieselwagen kaufen. Pro Jahr fährt er durchschnittlich 30 000 km.
Berechne, nach wie vielen Jahren Herr Timm die Mehrkosten ungefähr ausgeglichen hat.

f) Herr Timm hat vor genau drei Jahren 12 000 € auf ein Sparbuch mit einem Zinssatz von 2,7 % eingezahlt.
Bestimme, wie viel Geld Herr Timm noch dazulegen muss, um sich jetzt seinen neuen Dieselwagen kaufen zu können.

Anlage zur Aufgabe II „Autokauf“, Aufgabenteil a)

Name: ____ Klasse: ___________

jährlich gefahrene Strecke	Benzinmotor: jährliche Kraftstoffkosten	Benzinmotor: jährliche Gesamtkosten (Kraftstoffkosten + Festkosten)	Dieselmotor: jährliche Kraftstoffkosten	Dieselmotor: jährliche Gesamtkosten (Kraftstoffkosten + Festkosten)
10 000 km				
20 000 km				
30 000 km				

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><th>jährlich gefahrene Strecke</th><th><u>Benzinmotor</u> jährliche Kraftstoffkosten</th><th><u>Benzinmotor</u> jährliche Gesamtkosten (Kraftstoffkosten + Festkosten)</th><th><u>Dieselmotor</u> jährliche Kraftstoffkosten</th><th><u>Dieselmotor</u> jährliche Gesamtkosten (Kraftstoffkosten + Festkosten)</th></tr>
<tr><td>10 000 km</td><td>809,20 €</td><td>3 100,60 €</td><td>556,50 €</td><td>3 327,30 €</td></tr>
<tr><td>20 000 km</td><td>1 618,40 €</td><td>3 909,80 €</td><td>1 113,00 €</td><td>3 883,80 €</td></tr>
<tr><td>30 000 km</td><td>2 427,60 €</td><td>4 719,00 €</td><td>1 669,50 €</td><td>4 440,30 €</td></tr>
</table>
</td><td>6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Bei einer jährlichen Fahrtstrecke von 20 000 km bzw. 30 000 km ist es günstiger, ein Dieselfahrzeug zu fahren.</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Bei einer jährlichen Fahrleistung von 30 000 km ist ein Diesel um 278,70 € billiger.</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td><u>Benzinauto:</u>
Der Kraftstoffverbrauch bei einem Kilometer ist $\frac{6,8}{100}$ Liter $= 0,068$ Liter .
0,068 Liter Benzin kosten $0,068 \cdot 1,19\ € = 0,08092\ €$, also gilt für die Gesamtkosten f des Neuwagens mit Benzinmotor:
$f(x) = 0,08092 \cdot x + 2291,40$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td><u>Dieselauto:</u>
Der Kraftstoffverbrauch bei einem Kilometer ist $\frac{5,3}{100}$ Liter $= 0,053$ Liter .
0,053 Liter Benzin kosten $0,053 \cdot 1,05\ € = 0,05565\ €$, also gilt für die Gesamtkosten g eines Dieselautos:
$g(x) = 0,05565 \cdot x + 2770,80$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td><u>Jährliche Kilometerleistung, bei der die Gesamtkosten gleich sind:</u>
$0,08092 \cdot x + 2291,40 = 0,05565 \cdot x + 2770,80$
$0,02527 \cdot x = 479,4$
$x = 18971,1...$
Ab einer jährlichen Kilometerleistung von etwa 19 000 km ist das Dieselfahrzeug günstiger.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Mehrkosten beim Kauf eines Dieselfahrzeugs: $18350\ € - 17275\ € = 1075\ €$
$1075 : 278,7 \approx 3,86$</td><td>1</td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Herr Timm muss fast 4 Jahre fahren, um die Mehrkosten beim Kauf seines Dieselfahrzeugs auszugleichen.</td><td></td><td></td><td>1</td></tr>
</table>

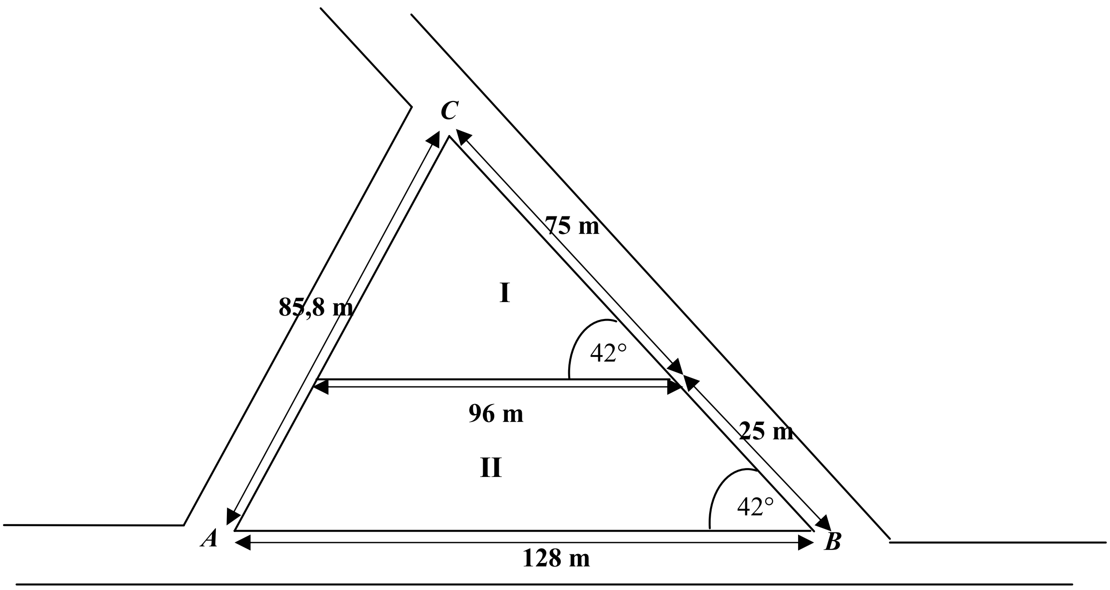
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	$12\,000 \cdot 1{,}027^3 = 12998{,}480196$. Herr Timm kann nach drei Jahren 12 998,48 € von seinem Sparbuch abheben. Herr Timm muss noch $18.350\text{ €} - 12.998{,}48\text{ €} = 5.351{,}52\text{ €}$ dazulegen.		4	
	Insgesamt 22 BWE	9	10	3

Aufgabe III – Idee des Messens

Hinweis zu Rundungen: Ergebnisse werden nur im Antwortsatz – gegebenenfalls nach Vorgabe – gerundet. Wird ein Zwischenergebnis für weitere Berechnungen eingesetzt, ist sein möglichst genauer Wert (Taschenrechnerwert) zu verwenden.

Flurkarte

Du siehst eine nicht maßstabsgerechte Skizze mit den Grundstücken I und II.



a) Um die beiden Grundstücke soll ein Zaun mit jeweils einem 3 m breiten Tor errichtet werden. Zusätzlich sollen die beiden Grundstücke durch einen weiteren Zaun voneinander getrennt werden. Berechne die Gesamtlänge aller Zäune.

b) Die Zaunkosten für die Außengrenzen betragen 14,25 € pro Meter, für die Grenze zwischen den beiden Grundstücken 9,85 € pro Meter. Ein Tor kostet 626,53 €. Berechne die Gesamtkosten.

c) Diesen Aufgabenteil sollst du nur in der Anlage bearbeiten.
Zeichne die Höhe von C auf die Seite $\overline{AB}$ ein. Der Fußpunkt der Höhe mit $\overline{AB}$ soll F heißen. Zeichne F ein.

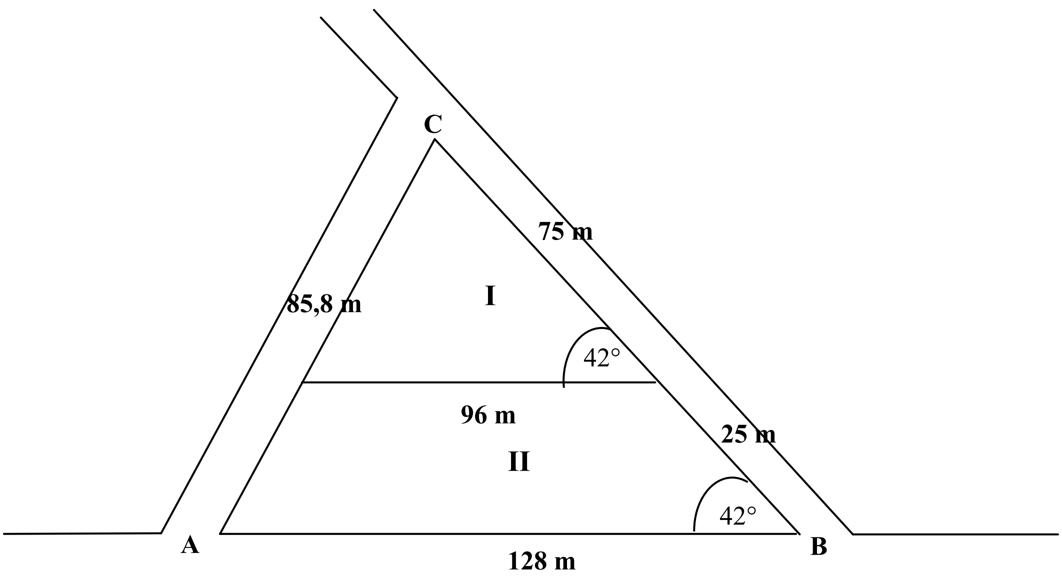
d) Die Strecke $\overline{AF}$ ist 53,7 m lang. Zeige, dass die gezeichnete Höhe $\overline{CF}$ eine Länge von ungefähr 67 m hat.

e) Bestimme den Flächeninhalt der Gesamtfläche der beiden Grundstücke und runde auf einen ganzzahligen Wert.

f) Bestimme den Flächeninhalt des Grundstückes II und runde auf einen ganzzahligen Wert.

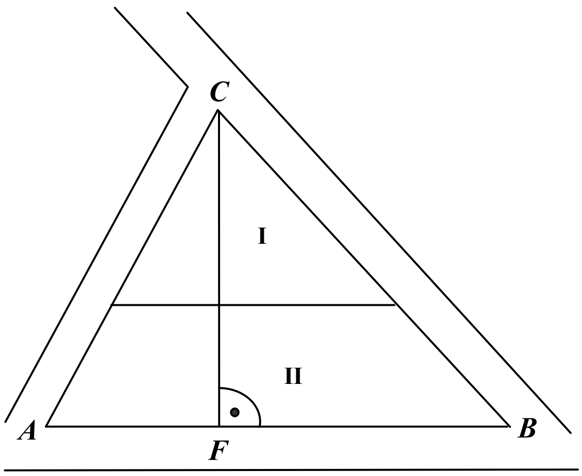
Anlage zur Aufgabe III „Flurkarte“, Aufgabenteil c)

Name: ____ Klasse: __________



Erwartungshorizont

Flurkarte

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Alle Längen der Zäune sind gegeben, insgesamt fünf Längen. Die gesamte Zaunlänge ist die Summe dieser fünf Einzellängen abzüglich der beiden Tore. Also: $l = 128\text{ m} + 75\text{ m} + 25\text{ m} + 85{,}8\text{ m} + 96\text{ m} - 6\text{m} = 403{,}8\text{ m}$. Insgesamt sind die Zäune ca. 404 m lang.	3		
b)	Kosten für den Außenzaun: $(128 + 25 + 75 + 85{,}8 - 6) \cdot 14{,}25\text{ €} = 4386{,}15\text{ €}$. Kosten für die Tore: $626{,}53\text{ €} \cdot 2 = 1253{,}06\text{ €}$. Kosten für den Innenzaun: $96 \cdot 9{,}85\text{ €} = 945{,}60\text{ €}$. Gesamtkosten: $4386{,}15\text{ €} + 1253{,}06\text{ €} + 945{,}60\text{ €} = 6584{,}81\text{ €}$.	1 1 1 1		
c)	Einzeichnen der Höhe $\overline{CF}$, des Punktes *F*.  	1	1	
d)	Ist *h* die Länge der Höhe $\overline{CF}$ (ohne Einheiten), so gilt: $h^2 + 53{,}7^2 = 85{,}8^2$, also $h = \sqrt{85{,}8^2 - 53{,}7^2} = 66{,}917...$. Die Höhe $\overline{CF}$ hat eine Länge von ca. 67 m.		3	

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>e)</td><td>Die beiden Grundstücke zusammen bilden ein Dreieck mit der Grundseite $\overline{AB}$ und der Höhe $\overline{CF}$.

Die Fläche des Dreiecks kann mit $A = \frac{g \cdot h}{2}$ berechnet werden, d. h. für dieses Dreieck gilt: $A = \frac{128 \cdot h}{2} = 4282{,}719...$.

Die Gesamtfläche beträgt ca. 4 283 m².</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>f)</td><td><u>1. Lösungsvariante:</u>

Man bestimmt die Größe des Grundstücks II als Differenz der Gesamtfläche und des Grundstücks I.

Grundstück I ist ein Dreieck, bei dem ein Winkel (42°) und beide anliegenden Seiten (96 m bzw. 75 m) gegeben sind.

Die Höhe h_I von C auf die Seite mit der Länge 96 m berechnet sich aus:

$\sin 42° = \frac{h_1}{75}$, also $h_1 = \sin 42° \cdot 75 = 50{,}184...$.

Grundstück I:

$A_I = \frac{1}{2} \cdot 96 \cdot h_1 = 2408{,}87...$

Grundstück I hat einen Flächeninhalt von ca. 2 409 m.

Grundstück II:

$A_{II} = 4\,282{,}7 - 2\,408{,}9 = 1873{,}8 \approx 1\,874$

Grundstück II hat einen Flächeninhalt von ca. 1 874 m^2.

<u>2. Lösungsvariante:</u>

Man nutzt die Trapezeigenschaft von Grundstück II.

Zu dessen Flächenbestimmung verwendet man $A_{II} = \frac{96+128}{2} \cdot h_2$.

Die fehlende Höhe h_2 erhält man, indem man entweder die Höhe h_I für das obere Dreieck bestimmt – siehe oben – und dann die Differenz der Höhen berechnet oder unmittelbar den Winkel 42° und die anliegende Seite von 25 m Länge verwendet:

$\sin 42° = \frac{h_2}{25}$, also $h_2 = \sin 42° \cdot 25 \approx 16{,}73$

Damit gilt $A_{II} = \frac{96+128}{2} \cdot h_2 = 1873{,}56... \approx 1874$.

Grundstück II hat einen Flächeninhalt von ca. 1 874 m^2.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

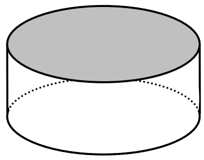
<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td></td><td>
<u>3. Lösungsvariante:</u>
Man nutzt Ähnlichkeitsbeziehungen oder wendet die Strahlensätze an.
Grundstück I und das Gesamtgrundstück sind zueinander ähnliche Dreiecke, denn sie stimmen in dem Winkel bei C überein und haben beide einen 42° Winkel bzw. die Strecke $\overline{AB}$ und der Trennzaun sind parallel.. Also verhalten sich die Flächen dieser beiden Grundstücke wie die Quadrate entsprechender Seiten.
Der Verkleinerungsfaktor beträgt $\frac{75}{100} = \frac{96}{128} = \frac{3}{4} = 0{,}75$.
Es gilt also:
$\frac{A_I}{A} = 0{,}75^2$
$A_I = A \cdot 0{,}75^2$
$A = \frac{128 \cdot h}{2} = 4282{,}719...$ (aus Aufgabenteil d) und e))
$A_I = 2409{,}02951...$
$A_{II} = 4\,282{,}7 - 2\,409{,}0$
$A_{II} = 1\,873{,}7$
Grundstück II hat einen Flächeninhalt von ca. 1 874 m².
</td><td></td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td align="right">Insgesamt 22 BWE</td><td>8</td><td>10</td><td>4</td></tr>
</table>

Aufgabe IV – Idee von Raum und Form

Hinweis zu Rundungen: Ergebnisse werden nur im Antwortsatz – gegebenenfalls nach Vorgabe – gerundet. Wird ein Zwischenergebnis für weitere Berechnungen eingesetzt, ist sein möglichst genauer Wert (Taschenrechnerwert) zu verwenden.

Eishockeypucks

Eishockeypucks sind runde Scheiben mit einem Durchmesser von 7,62 cm und einer Höhe von 2,54 cm.

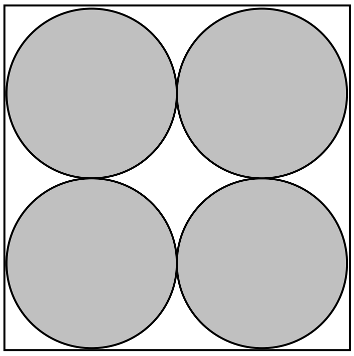


a) Zeige, dass das Volumen eines Pucks ungefähr 116 cm³ beträgt.

b) Zwölf Pucks sollen in einer Schachtel mit quadratischer Grundfläche verkauft werden. In der Schachtel liegen je vier Pucks in drei Schichten übereinander.

Berechne die Breite und die Höhe dieser Schachtel.

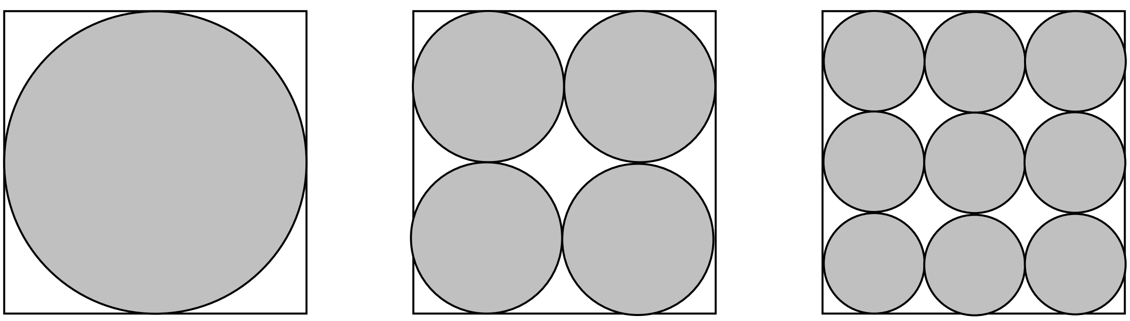
Zeige weiterhin, dass das Volumen der Schachtel etwa 1 770 cm³ beträgt.



c) Wenn die Pucks in der Schachtel liegen, bleibt ein Volumenanteil an Luft in der Schachtel. Gib diesen Anteil in Prozent an.

d) Die Schachtel wird aus Pappe hergestellt.
Die Pappe wiegt 220 g pro m².
Die Pucks bestehen aus Hartgummi. Hartgummi wiegt 1,45 g pro cm³.
Ermittle, wie viel eine solche Schachtel mit ihrem Inhalt wiegt.

e) Der Sachverhalt aus Aufgabenteil c) soll nun (in der Ebene) verallgemeinert werden. Du siehst jeweils ein Quadrat, in das 1 Kreis, 4 und 9 kongruente Kreise einbeschrieben sind. Stelle dir vor, dass in dem Quadrat n^2 kongruente Kreise entsprechend einbeschrieben sind.
Zeige, dass der von den Kreisen <u>nicht</u> bedeckte Anteil der Quadrate immer der gleiche ist.



Erwartungshorizont

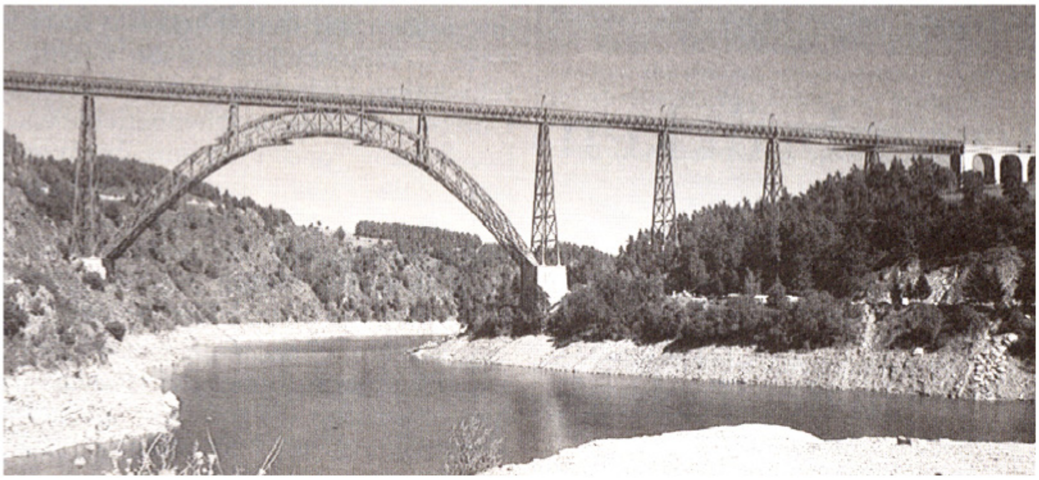
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Hinweis: Die Maße eines Eishockeypucks werden in der englischen Maßeinheit inch angegeben. Der Durchmesser beträgt damit 3 inch und die Höhe 1 inch. Durch Umrechnung ergeben sich die „krummen“ Zahlenwerte. *Natürlich sind auch Rechenwege möglich, in denen keine Variablen vorkommen, sondern in denen mit dem Dreisatz oder anderen Methoden gearbeitet wird.*			
a)	Der Puck hat die Form eines Zylinders. Damit ist das Volumen bestimmbar mit $V_{Zyl} = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Die Höhe und der Radius als halber Durchmesser sind in der Aufgabenstellung gegeben. Also: $V_{Puck} = \pi \cdot 3{,}81^2 \cdot 2{,}54 = 115{,}83...$. Das Volumen eines Pucks beträgt tatsächlich ungefähr 116 cm³.	3		
b)	Die Schachtel ist ein quadratisches Prisma. Dessen Volumen bestimmt sich mit $V_{\text{Pr}} = a^2 \cdot h$. Die Seitenlänge des Quadrats entspricht dem doppelten Durchmesser der Pucks; damit ist a = 15,24 cm. Da drei Pucks übereinander liegen, beträgt die Höhe $h = 3 \cdot 2{,}54\text{ cm} = 7{,}62\text{ cm}$. Innenvolumen der Schachtel: $V_{\text{Pr}} = 15{,}24^2 \cdot 7{,}62 = 1769{,}802912$. Die Schachtel hat ein Innenvolumen von ca. 1 770 cm³.	2	3	
c)	Volumen der 12 Pucks: $V_{12} = 12 \cdot V_{Puck} = 1389{,}999...$. Das Gesamtvolumen der 12 Pucks beträgt ca. 1 390 cm³. Prozentanteil der Luft: $\frac{V_{\text{Schachtel}} - V_{\text{Pucks}}}{V_{\text{Schachtel}}} \approx 0{,}2146...$. Der Luftvolumenanteil der Schachtel beträgt ca. 21,5 %.		4	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<u>Masse der Pucks:</u> Für die Gesamtmasse der Pucks ergibt sich $12 \cdot V_{\text{Puck}} \cdot 1{,}45 \text{ g} = 2015{,}499... \text{ g}$. <u>Masse der Schachtel:</u> Die Schachtel hat eine Oberfläche von $O = 2a^2 + 4 \cdot a \cdot h$; der Zahlenwert dafür in cm^2 ist $2 \cdot 15{,}24^2 + 4 \cdot 15{,}24 \cdot 7{,}62 = 929{,}0304$. Umgerechnet in m^2 beträgt die Oberfläche der Schachtel ca. $0{,}0929 \text{ m}^2$. Da ein Quadratmeter Pappe 220 g wiegt, hat eine Schachtel eine Masse von $220 \cdot 0{,}09290304 \text{ g} \approx 20{,}44 \text{ g}$. Zusammen mit den Pucks wiegt die Schachtel 2035,938…g, also ca. 2,036 kg. *Hinweis: Ist das Volumen aus Aufgabenteil a) übernommen worden, so ergibt sich 2018,4 g als Masse der Pucks, die Schachtel zusammen mit den Pucks wiegt dann* $2033{,}77 \text{ g} \approx 2{,}034 \text{ kg}$.		2	4
e)	<u>1 Kreis im Quadrat:</u> $\frac{\pi \cdot r_1^2}{(2r_1)^2} = \frac{\pi \cdot r_1^2}{4r_1^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}785... \approx 78{,}5\%$. Der nicht bedeckte Anteil des Quadrats beträgt ca. 21,5%. <u>4 Kreise im Quadrat:</u> $\frac{4 \cdot \pi \cdot r_4^2}{(4r_4)^2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r_4^2}{16r_4^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}785... \approx 78{,}5\%$. Der nicht bedeckte Anteil des Quadrats beträgt ca. 21,5%. <u>9 Kreise im Quadrat:</u> $\frac{9 \cdot \pi \cdot r_9^2}{(6r_9)^2} = \frac{9 \cdot \pi \cdot r_9^2}{36r_9^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}785... \approx 78{,}5\%$. Der nicht bedeckte Anteil des Quadrats beträgt ca. 21,5%. <u>n^2 Kreise in Quadrat:</u> $\frac{n^2 \cdot \pi \cdot r_n^2}{(2 \cdot n \cdot r_n)^2} = \frac{n^2 \cdot \pi \cdot r_n^2}{4n^2 \cdot r_n^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}785... \approx 78{,}5\%$. Der nicht bedeckte Anteil des Quadrats beträgt ca. 21,5%. *Wenn ausschließlich der allgemeine Nachweis geführt wird, ist die volle Punktzahl zu erteilen.*		1 1 1	1
	Insgesamt 22 BWE	5	12	5

Aufgabe V – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Hinweis zu Rundungen: Ergebnisse werden nur im Antwortsatz – gegebenenfalls nach Vorgabe – gerundet. Wird ein Zwischenergebnis für weitere Berechnungen eingesetzt, ist sein möglichst genauer Wert (Taschenrechnerwert) zu verwenden.

Bogenbrücken

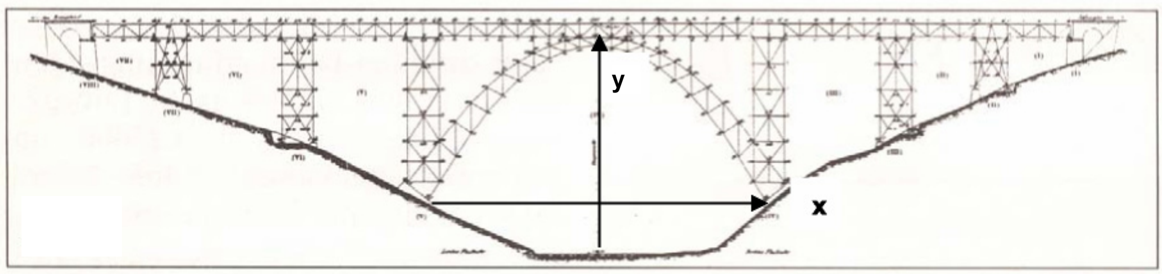


Du siehst in der Abbildung die höchste Eisenbahnbrücke Deutschlands. Sie steht in Nordrhein-Westfalen und ist 491 m lang und 107 m hoch.

a) Eine *Lokomotive* ist 20 m lang und wiegt ca. 80 t. Ein *Wagen* ist 26 m lang und wiegt ca. 46 t. Ein *Schnellzug* mit zwei Lokomotiven und 6 Wagen fährt über die Brücke. Berechne das Gesamtgewicht dieses Zuges.

b) Der Schnellzug ist mit seiner gesamten Länge auf der Brücke. Berechne, wie viel Prozent der Brückenlänge durch die Zuglänge eingenommen wird.

c) In der Abbildung siehst du eine Bauskizze aus dem Jahr 1893, in die ein Achsenkreuz eingezeichnet ist. Der Bogen der Brücke hat die Form einer Parabel.



Wähle aus den folgenden Gleichungen diejenige aus, die die untere Parabel der Brücke beschreiben könnte. Begründe.

(1) $y = \frac{1}{90}x^2 + 69$ (2) $y = -\frac{1}{90}x^2 - 69$ (3) $y = -\frac{1}{90}x^2 + 69$

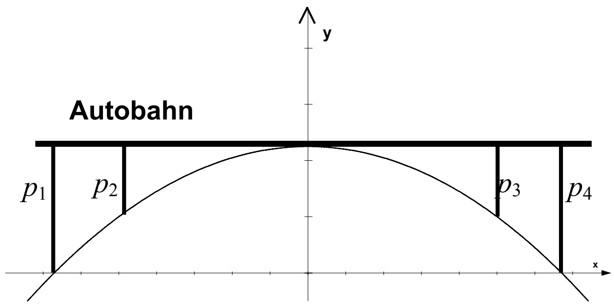
Begründe, warum die beiden anderen Gleichungen nicht infrage kommen.

d) Eine andere Brücke hat die Form einer Parabel mit den folgenden Eigenschaften (Längen in m):

Der Scheitelpunkt der Parabel ist $S\,(0 \mid 45)$.

Der Stützpfeiler p_3 trifft den Parabelbogen im Punkt $P\,(50 \mid 20)$.

Berechne die Länge des Pfeilers.



e) Für den Brückenbogen gilt die allgemeine Gleichung $y = ax^2 + c$.

Bestimme a und c und zeige, dass die Gleichung für den Brückenbogen $y = -\frac{1}{100}x^2 + 45$ lautet.

f) Wie weit sind die Fußpunkte der Pfeiler p_1 und p_4 voneinander entfernt? Berechne und runde das Ergebnis auf ganzzahligen Wert.

Wie lang sind die Pfeiler p_1 bzw. p_4?

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Gewicht: $2 \cdot 80 + 6 \cdot 46 = 436$ Der Schnellzug wiegt 436 t.	3		
b)	Länge des Zuges: $2 \cdot 20 + 6 \cdot 26 = 196$ Der Schnellzug hat eine Länge von 196 m.	3		
	$\frac{196}{491} \approx 0{,}399... \approx 39{,}9\%$ Etwa 40% der Brückenlänge werden von dem Schnellzug eingenommen.		3	
c)	$y = -\frac{1}{90}x^2 + 69$ beschreibt eine nach unten geöffnete Parabel mit positivem y-Achsenabschnitt und könnte damit den Verlauf des Brückenbogens beschreiben. $y = \frac{1}{90}x^2 + 69$ ist falsch, denn diese Gleichung beschreibt eine nach oben geöffnete Parabel. $y = -\frac{1}{90}x^2 - 69$ ist falsch, denn diese Gleichung beschreibt zwar eine nach unten geöffnete Parabel, diese hat aber den Scheitelpunkt $(0 \mid -69)$.			3
d)	Der Pfeiler stützt die Autobahn im Punkt $(50 \mid 45)$ und ist damit 45 m – 20 m = 25 m lang.	1		
e)	$c = 45$ Zur Berechnung von a können die Koordinaten des Punktes P (50/20) genutzt werden:	1		
	$20 = a \cdot 50^2 + 45$ $20 = 2500a + 45$ $2500a = -25$ $a = -\frac{1}{100}$		3	
	Die Gleichung des Brückenbogens lautet $y = -\frac{1}{100}x^2 + 45$.		1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	Die Fußpunkte der beiden Pfeiler lassen sich durch die Nullstellen der Parabel beschreiben: $-\frac{1}{100}\cdot x^2+45=0$ $x^2=4500$ $x=\pm 67{,}08...$ Entfernung der Pfeilerfußpunkte: $2\cdot 67{,}08...=134{,}16...$ Die Fußpunkte der Pfeiler sind etwa 134 m voneinander entfernt. Länge der Pfeiler p_1 bzw. p_4: (natürlich) jeweils 45 m.	1	3	
	Insgesamt 22 BWE	9	10	3