Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss

Schuljahr 2005/2006

16. Mai 2006

Mathematik

Gesamtschulen und Realschulen

Aufgabensatz - HAUPTTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind <u>nicht</u> für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1. Allgemeines
2. Hinweise für die Auswahl der Aufgaben
3. Hinweise zum Korrekturverfahren
4. Aufgaben, Erwartungshorizonte und die Bewertung für jede Aufgabe

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Nichtprogrammierbarer Taschenrechner, Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V).**
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält zunächst **Aufgabe I** zur Bearbeitung ohne Taschenrechnerunterstützung. Diese Aufgabe ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben** zur Bearbeitung sowie seinen Taschenrechner. Diese Aufgaben sind auf Extrablättern zu bearbeiten.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden in kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Note
≥ 95	1+
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3

Bewertungseinheiten	Note
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Die **Note „ausreichend“** für den **Hauptschulabschluss** wird erteilt, wenn mindestens 30 % der erreichbaren Gesamtleistung erbracht wurden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2006 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ➔	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ➔
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔							
II	a)	b)	c)	d)	e)			
III	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
	Summe der BWE ➔							

Bewertungstext

Note ➔

Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Realschulabschlussprüfung 2006 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔							
II	a)	b)	c)	d)	e)			
III	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
							Summe der BWE ➔	

Bewertungstext

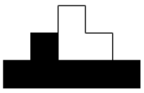
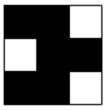
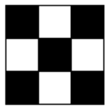
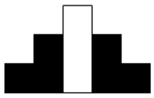
Note ➔

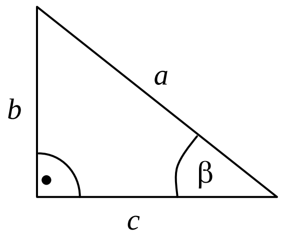
Name: ________________________________ **Klasse:** __________

Aufgabe I – ohne Taschenrechner

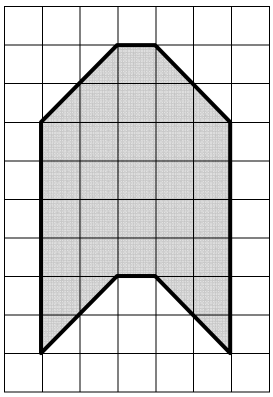
1. Notiere jeweils den Buchstaben der korrekten Lösung in der letzten Spalte:

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
1)	$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{8}$	
2)	3,5 t =	35 kg	350 kg	3 500 kg	0,350 kg	
3)	Welche Länge ist die größte?	0,01 km	1 000 cm	10 dm	100 000 mm	
4)	$3{,}1\cdot 0{,}01=$	$0{,}031$	310	$0{,}0031$	31	
5)	$\frac{6}{5}=$	60 %	120 %	1,02	1,5	
6)	Welche Geschwindigkeit ist die größte?	$20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$240\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$90\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$	
7)	30 % von 240 m =	72 m	80 m	720 m	60 m	
8)	$1\frac{1}{4}\,\text{h}=$	1 h 25 min	1 h 40 min	1 h 15 min	1 h 4 min	
9)	Bestimme den Term mit dem gleichen Wert. $(4\cdot 12):6=$	$(12:4)\cdot 6$	$4\cdot(12:6)$	$(4\cdot 6):12$	$(12\cdot 6):4$	
10)	Welche Zahl ist die kleinste?	$-7{,}605$	$-7{,}078$	$-7{,}065$	$-7{,}65$	
11)	600 Liter =	$6\,000\text{ mm}^3$	600 dm^3	6 m^3	$60\,000\text{ cm}^3$	
12)	Welche Gerade hat die <u>kleinste</u> Steigung?	$y=x+8$	$y=\frac{1}{2}x+1$	$y=2x+2$	$y=\frac{1}{10}x-11$	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
13)	Um welchen Faktor ändert sich das Volumen eines Quaders, wenn man alle Kantenlängen verdoppelt?	4	6	8	9	
14)	Welche der folgenden Seitenlängen a, b, c bilden <u>kein</u> Dreieck?	$a = 5\text{ cm}$ $b = 3\text{ cm}$ $c = 4\text{ cm}$	$a = 6\text{ cm}$ $b = 7\text{ cm}$ $c = 13{,}5\text{ cm}$	$a = 4{,}5\text{ cm}$ $b = 5{,}5\text{ cm}$ $c = 7\text{ cm}$	$a = 3{,}5\text{ cm}$ $b = 3{,}5\text{ cm}$ $c = 5\text{ cm}$	
15)	Welche der angegebenen Zahlen ist ohne Rest durch 3 teilbar?	10 345	2 735	34 781	6 453	
16)	Bei welcher Figur ist <u>**nicht**</u> $\frac{2}{3}$ der Fläche schwarz eingefärbt?					
17)	Bei einem Spiel wird mit einem normalen Spielwürfel geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Würfeln eine gerade Augenzahl zu bekommen?	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	
18)	Vier Plättchen befinden sich in einer Urne. Zwei haben den Buchstaben **O** und zwei den Buchstaben **T**. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „OTTO“ gebildet wird?	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{32}$	
19)	$16\,000\text{ cm}^2 =$	$1\,600\text{ m}^2$	160 m^2	16 m^2	$1{,}6\text{ m}^2$	
20)	Ein Markenprodukt kostete vor drei Jahren 50 €. Inzwischen ist es um 80 % teurer geworden. Wie viel muss man heute dafür bezahlen?	90 €	130 €	80 €	40 €	

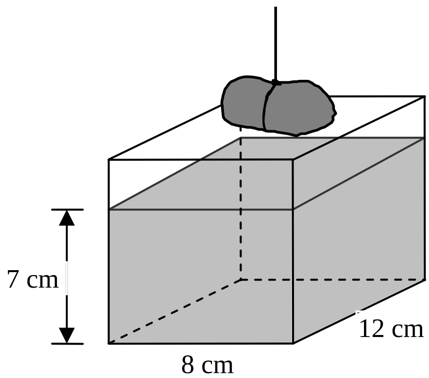
	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
21)	Wenn zwei Vierecke den gleichen Flächeninhalt haben, dann	sind sie gleich.	sind sie deckungsgleich.	haben sie gleiche Winkelgrößen.	können sie trotzdem ganz verschieden aussehen.	
22)	Eine volle Kanne Milch wiegt 25 kg, eine halbvolle Kanne nur 14 kg. Wie viel wiegt die leere Kanne?	2 kg	3 kg	5 kg	6 kg	
23)	 tan β =	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{c}{a}$	$\frac{b}{a}$	

2) Bestimme den Flächeninhalt der abgebildeten Figur.



Ein Quadrat des Gitters hat die Seitenlänge 1 cm.

3. Im Physikunterricht soll das Volumen eines Steins bestimmt werden. Dazu wird dieser in ein Gefäß mit Wasser vollständig eingetaucht (siehe Abbildung rechts). Dabei steigt der Wasserspiegel um 2 cm. Bestimme das Volumen des Steins.



4. In den folgenden Diagrammen sind die von einem Radfahrer zurückgelegten Wege und die dafür benötigte Zeiten dargestellt. Entscheide, zu welchem Diagramm die jeweilige Aussage passt.

   a) Der Radfahrer fährt die erste Stunde mit 10 km/h, macht eine Pause von 30 Minuten und fährt mit gleich bleibender Geschwindigkeit weiter.

   b) Der Radfahrer fährt am Anfang mit einer Geschwindigkeit von durchschnittlich 20 km/h, macht eine halbe Stunde Pause, fährt mit der Geschwindigkeit 10 km/h weiter und macht dann wieder Pause.

   c) Der Radfahrer fährt langsam los, steigert seine Geschwindigkeit nach jeder Stunde.

   d) Der Radfahrer fährt $1\frac{1}{2}$ Stunden konstant mit der Geschwindigkeit von 15 km/h. Er fährt nach einer halben Stunde Pause mit der gleichen Geschwindigkeit weiter.

Diagramm I:

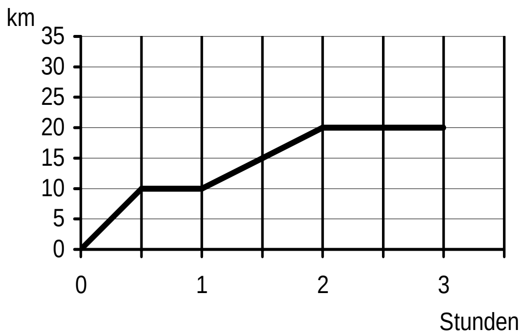


Diagramm II:

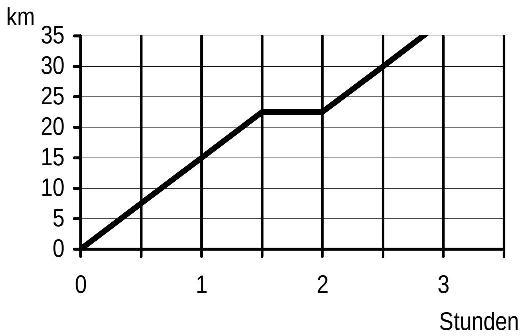
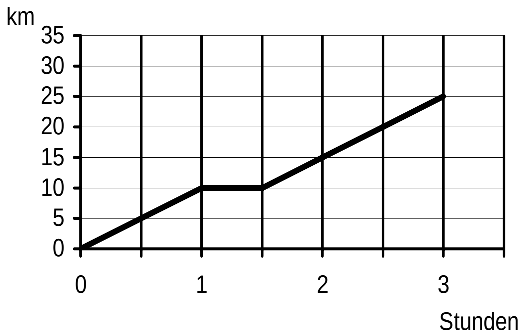


Diagramm III:



5. Bestimme jeweils <u>alle</u> Lösungen der folgenden Gleichungen.
   Hinweis: Sieh genau hin. Es sind kaum schriftliche Berechnungen erforderlich.

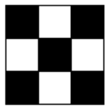
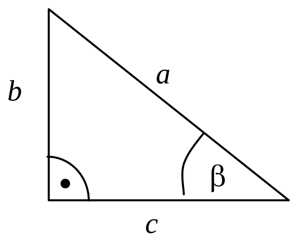
   a) $x^2 - 9 = 0$

   b) $x(x+2)(x-0,04) = 0$

   c) $\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{9}$

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
1.	1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=$	$\frac{4}{6}$	**B**	1		
	2) 3,5 t =	3 500 kg	**C**	1		
	3) Welche Länge ist die größte?	100 000 mm	**D**	1		
	4) $3{,}1\cdot 0{,}01=$	0,031	**A**	1		
	5) $\frac{6}{5}=$	120 %	**B**	1		
	6) Welche Geschwindigkeit ist die größte?	$90\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$	**D**	1		
	7) 30 % von 240 m =	72 m	**A**	1		
	8) $1\frac{1}{4}$ h =	1 h 15 min	**C**	1		
	9) Bestimme den Term mit dem gleichen Wert. $(4\cdot 12):6=$	$4\cdot(12:6)$	**B**	1		
	10) Welche Zahl ist die kleinste?	$-7{,}65$	**D**	1		
	11) 600 Liter =	600 dm^3	**B**		1	
	12) Welche Gerade hat die <u>kleinste</u> Steigung?	$y=\frac{1}{10}x-11$	**D**		1	
	13) Um welchen Faktor ändert sich das Volumen eines Quaders, wenn man seine Kantenlängen verdoppelt?	8	**C**		1	
	14) Welche der folgenden Seitenlängen *a*, *b*, *c* bilden <u>kein</u> Dreieck?	$a=6$ cm $b=7$ cm $c=13{,}5$ cm	**B**		1	
	15) Welche der angegebenen Zahlen ist ohne Rest durch 3 teilbar?	6 453	**D**		1	

Lösungsskizze			**Zuordnung, Bewertung**		
Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	**I**	**II**	**III**
16) Bei welcher Figur ist <u>nicht</u> $\frac{2}{3}$ der Fläche schwarz eingefärbt?		**C**		1	
17) Bei einem Spiel wird mit einem normalen Spielwürfel geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Würfeln eine gerade Augenzahl zu bekommen?	$\frac{1}{2}$	**A**		1	
18) Vier Plättchen befinden sich in einer Urne. Zwei tragen den Buchstaben **O** und zwei den Buchstaben **T**. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „OTTO“ gebildet wird?	$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$	**C**		1	
19) $16\,000\text{cm}^2 =$	$1{,}6\ \text{m}^2$	**D**		1	
20) Ein Markenprodukt kostete vor drei Jahren 50 €. Inzwischen ist es um 80 % teurer geworden. Wie viel muss man heute dafür bezahlen?	90 €	**A**		1	
21) Wenn zwei Vierecke den gleichen Flächeninhalt haben, dann	können sie trotzdem ganz verschieden aussehen.	**D**		1	
22) Eine volle Kanne Milch wiegt 25 kg, eine halbvolle Kanne nur 14 kg. Wie viel wiegt die leere Kanne?	3 kg	**B**		1	
23) $\tan \beta =$ 	$\frac{b}{c}$	**B**		1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	Durch Verschiebung der trapezförmigen Teilfläche nach unten erhält man ein Rechteck mit den Seitenlängen 6 cm bzw. 5 cm. Der Flächeninhalt beträgt also 30 cm^2. *Natürlich sind auch andere Überlegungen zulässig, die zur richtigen Lösung führen.*		2	
3.	Der Anstieg des Wasserspiegels um 2 cm entspricht einem Volumen von $12 \cdot 8 \cdot 2\text{ cm}^3 = 192\text{ cm}^3$ und damit dem gesuchten Volumen des Steins.		2	
4.	Zu Aussage a) passt das Diagramm III. Zu Aussage b) passt das Diagramm I. Zu Aussage d) passt das Diagramm II.		3	
5.	a) $x^2 - 9 = 0$ hat die Lösungen 3 bzw. –3 oder $L = \{-3\,, 3\}$.		1	
	b) $x(x+2)(x-0,04) = 0$ hat die Lösungen 0; –2; 0,04 oder $L = \{0\,; -2\,; 0,04\}$. *1 Fehler 1 Punkt, mehr als 1 Fehler 0 Punkte.*		2	
	c) $\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{9}$ hat die Lösung 4 oder $L = \{\ 4\ \}$		1	
	Insgesamt 34 BWE	10	24	0

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

Zimmersuche

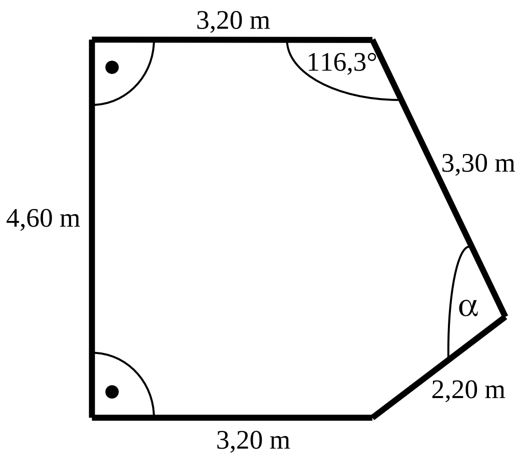
Jens sucht mit zwei Studienfreunden eine Wohnung. Im Internet wird eine Drei-Zimmer Wohnung in einem Neubau zur Vermietung angeboten. Sie ist 72 m² groß. Der Mietpreis beträgt 540 € im Monat. Hinzu kommen monatliche Nebenkosten (z.B. für Strom, Wasser und Müll) in Höhe von 108 €.

a) Berechne den Mietpreis pro Quadratmeter einschließlich der Nebenkosten.

b) Die Freunde beschließen, sich die monatliche Miete einschließlich der Nebenkosten zu teilen. Berechne, wie viel jeder zu zahlen hätte.

c) Bei der Besichtigung der Wohnung erfahren sie, dass noch weitere 108 € pro Monat für Heizung und Kabelfernsehen bezahlt werden müssen. Außerdem sind die drei Zimmer unterschiedlich groß, nämlich ungefähr 18 m², 24 m² und 15 m². Die restliche Wohnfläche entfällt auf Küche, Bad und Flur, die gemeinsam genutzt werden sollen.
Berechne nun die anteilige Monatsmiete unter Berücksichtigung der Zimmergröße.

d) Jens hat sich das abgebildete Zimmer ausgesucht. Bestimme, welches der drei Zimmer er gewählt hat. Begründe durch Rechnung.
Entscheide durch Rechnung, ob der Winkel α ein rechter Winkel ist (Skizze ist <u>nicht</u> maßstabsgerecht!)

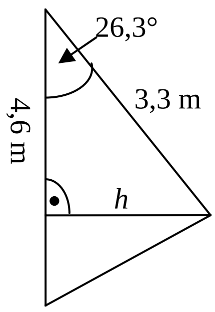


e) Jens hält viel von Lebensplanung. Angeregt durch eine plötzliche Erbschaft in Höhe von 27 000 € möchte er sich nach Abschluss seines Studiums in 6 Jahren eine vergleichbare Wohnung kaufen.

Er rechnet dann mit einem Kaufpreis von 120 000 €. Beim Kauf möchte er ein Drittel des Kaufpreises an eigenem Geld aufbringen, der Rest soll durch Bankdarlehen finanziert werden. Um den Eigenanteil von einem Drittel anzusparen, möchte er den Betrag von 27 000 € für 6 Jahre bei der Bank anlegen.

Der Zinssatz, den Banken ihren Kunden gewähren, liegt derzeit zwischen 4 % und 5 % pro Jahr. Beurteile danach die Erfolgsaussichten für Jens' Vorhaben.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Monatliche Miete einschließlich Nebenkosten: $540\text{ €} + 108\text{ €} = 648\text{ €}$. Monatliche Miete pro m²: $648\text{ €} : 72 = 9\text{ €}$. Die Miete pro m² beträgt einschließlich Nebenkosten 9 €.	2		
b)	Die Miete inklusive Nebenkosten wird auf 3 Personen verteilt: $648\text{ €} : 3 = 216\text{ €}$. Jeder der drei Mieter müsste dann anteilig 216 € im Monat zahlen.	2		
c)	Monatliche Gesamtmiete: $540\text{ €} + 108\text{ €} + 108\text{ €} = 756\text{ €}$. Eine Aufteilung der Monatsmiete in drei gleich große Teilmieten wäre wegen der unterschiedlichen Zimmergrößen sicher nicht gerecht. Die Miete pro m² beträgt insgesamt $756\text{ €} : 72 = 10{,}50\text{ €}$. Auf die Nebenräume (Küche usw.) entfallen $72\text{ m}^2 - (18\text{ m}^2 + 24\text{ m}^2 + 15\text{ m}^2) = 15\text{ m}^2$. Die anteilige Miete für die Nebenräume von $10{,}50\text{ €} \cdot 15 = 157{,}50\text{ €}$ sollte in drei gleiche Anteile aufgeteilt werden. Anteil pro Mieter: $157{,}50\text{ €} : 3 = 52{,}50\text{ €}$. Gesamtmiete für das 18 m²-Zimmer: $10{,}50\text{ €} \cdot 18 + 52{,}50\text{ €} = 241{,}50\text{ €}$. Gesamtmiete für das 24 m²-Zimmer: $10{,}50\text{ €} \cdot 24 + 52{,}50\text{ €} = 304{,}50\text{ €}$. Gesamtmiete für das 15 m²-Zimmer: $10{,}50\text{ €} \cdot 15 + 52{,}50\text{ €} = 210\text{ €}$. *Sollte ein anderes nachvollziehbares Aufteilungssystem für die Teilmieten gewählt werden, so ist dies als richtig zu bewerten.*	2	4	
d)	<u>1. Lösungsweg:</u> Aufteilung des Zimmers in den rechteckigen $\left(4{,}6 \cdot 3{,}2\text{ m}^2 = 14{,}72\text{ m}^2\right)$ und den dreieckigen Anteil: Im Dreieck gilt: $\sin 26{,}3° = \frac{h}{3{,}3}$ $h = 3{,}3 \cdot \sin 26{,}3°$ $h \approx 1{,}462...$ Fläche des Dreiecks: $A = \frac{4{,}6 \cdot h}{2} \approx 3{,}3629...$ 			

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Lösungsskizze</td><td colspan="3">Zuordnung, Bewertung</td></tr>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td></td><td>Gesamtfläche: 14,72 m^2 + 3,36 m^2 = 18,08 m^2.
Jens hat das 18-m^2-Zimmer gewählt.

<u>2. Lösungsweg:</u>
Die Grundfläche des Zimmers wird in zwei Trapeze zerlegt. Die Grundlinie g beider Trapeze hat die Länge $g = 3,20\text{ m} + 1,46\text{ m} = 4,66\text{ m}$ (Höhe h = 1,46 m siehe 1. Lösung)
Berechnung der Höhe des oberen Trapezes: $h_o = 3,30\text{ m} \cdot \cos 26,3° \approx 2,96\text{ m}$.
Berechnung der Höhe des unteren Trapezes: $h_u = 4,60\text{ m} - 2,96\text{ m} = 1,64\text{ m}$.
Berechnung der beiden Trapezflächen:
$A_{Gesamt} = \frac{4,66+3,20}{2} \cdot 2,96 + \frac{4,66+3,20}{2} \cdot 1,64 = 18,078$.
Für weitere Lösungsansätze ist eine entsprechende Punkteverteilung zu wählen.
Die Frage, ob α ein rechter Winkel ist, kann z.B. über den Satz des Pythagoras beantwortet werden:
$2,2^2 + 3,3^2 = 4,6^2$
$15,73 = 21,16$ ist falsch.
Andere Variante über Sinussatz:
$\frac{\sin\alpha}{4,6} = \frac{\sin 26,3°}{2,2}$
$\sin\alpha = \frac{4,6 \cdot \sin 26,3°}{2,2} = 0,926... \neq 1$.
Die Zimmerecke ist nicht rechtwinklig.
Andere Lösungswege sind möglich. Der Winkel α muss nicht explizit berechnet werden (zur Kontrolle: $\alpha \approx 112°$. Sollte der „TR-Wert“ 68° notiert werden, wird dies <u>nicht</u> mit Punktabzug gewertet).</td><td></td><td>4

2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Beim Kauf der Wohnung muss Jens über ein Eigenkapital von 40 000 € verfügen. 27 000 € will er heute bei der Bank anlegen. Nach der Zinseszinsformel $k_5 = k \cdot q^n$ gilt:
$40\,000 = 27\,000 \cdot q^6$
$q^6 = \frac{40}{27}$
$q = \sqrt[6]{\frac{40}{27}} = 1,0677...$
Die Bank müsste Jens einen Zinssatz von fast 6,8 % anbieten. Bei den derzeitigen Konditionen (nur 4 % bis 5 %) ist Jens’ Vorhaben eher skeptisch zu beurteilen.
Auch Näherungsrechnungen sind zulässig.</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>6</td><td>10</td><td>6</td></tr>
</table>

Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Louvre-Pyramide

Du siehst hier die große Eingangspyramide zum Louvre-Museum in Paris.

Ein Buchverlag gibt einen Paris-Reiseführer heraus.

Er benötigt noch einige Angaben zur Louvre-Pyramide.

a) Die Pyramide hat eine quadratische Grundfläche. Die Grundkante dieser Pyramide misst 35,42 m.
Berechne die Grundfläche der Pyramide.

b) Entlang der Grundkanten und über dem Eingang der Pyramide sind insgesamt 70 Glasscheiben in Form gleichschenkliger Dreiecke angebracht.
Darüber hat die Pyramide insgesamt 603 viereckige Glasscheiben, die jeweils <u>doppelt so groß</u> sind wie die dreieckigen. Beschreibe die Form der viereckigen Glasscheiben.

Bei der Einweihung der Pyramide konnte man einer Zeitungsnotiz entnehmen:
„Für die vier Seitenflächen wurden ziemlich genau 2 000 m² Glas verbaut, das sind fast 90 Tonnen Glas.“

c) Bestimme den Flächeninhalt eines dreieckigen und eines viereckigen Fensters.

d) Das Spezialglas ist 20 mm stark. Ein Kubikmeter dieses Glases hat eine Masse von 2,2 t.
Zeige durch Rechnung, dass die Pyramide tatsächlich aus „fast 90 Tonnen Glas“ besteht.
Bestimme die Masse einer viereckigen Glasscheibe in kg.

e) Bestimme mithilfe der Zeitungsnotiz und der Angabe, dass die Grundkante 35,42 m misst, die Höhe einer Dreiecks-Seitenfläche der Louvre-Pyramide. Berechne danach die Höhe der Pyramide sowie den Neigungswinkel ihrer Seitenflächen.

f) Die Louvre-Pyramide hat die gleichen Proportionen wie die „Große Pyramide“ in Gizeh, die Cheopspyramide.
Der Neigungswinkel der Seitenflächen ist bei beiden Pyramiden annähernd gleich. Die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche der Cheopspyramide beträgt 230,12 m.
Bestimme, wie oft das Volumen der Louvre-Pyramide in das der Cheopspyramide „passen“ würde.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$A = 35,42^2 = 1\,254,5764$. Die Grundfläche der Louvre-Pyramide beträgt ca. 1 255 m².	1 1		
b)	Die viereckigen Fenster haben die Form einer Raute. *Die gegenüberliegenden Seiten sind parallel, alle Seiten sind gleich lang.*	2		
c)	603 rautenförmige Glasscheiben und 70 dreieckige Glasscheiben mit jeweils halbem Flächeninhalt entsprechen der Fläche von $603 + \frac{70}{2} = 638$ rautenförmigen Glasscheiben. Flächeninhalt einer viereckigen Glasscheibe: $A_v = \frac{2\,000}{638}\ \text{m}^2 = 3{,}1347...\ \text{m}^2 \approx 3{,}13\ \text{m}^2$. Flächeninhalt einer dreieckigen Glasscheibe: $A_v = \frac{2\,000}{638 \cdot 2}\ \text{m}^2 = 1{,}5673... \approx 1{,}57\ \text{m}^2$.		3	
d)	Glasvolumen: $2\,000 \cdot 0{,}02\ \text{m}^3 = 40\ \text{m}^3$. Masse des Glases: $40 \cdot 2{,}2\ \text{t} = 88\ \text{t}$. Es wurden 88 Tonnen Glas verbaut, die Zeitungsnotiz stimmt. Masse einer viereckigen Glasscheibe: $\frac{88\,000}{638} = 137{,}9310...$. Ein viereckiges Fenster hat eine Masse von etwa 138 kg.	1	2	
e)	<u>Höhe der Seitenfläche:</u> Nach der Formel für die Mantelfläche einer quadratischen Pyramide gilt: $2\,000 = 2 \cdot 35{,}42 \cdot h_s$ $h_s = \frac{2\,000}{2 \cdot 35{,}42} = 28{,}23...$ Die Höhe der Pyramide lässt sich über den Satz von Pythagoras bestimmen: $h^2 = h_s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ $h = \sqrt{h_s^2 - 17{,}71^2}$ $h = 21{,}987...$ Die Louvre-Pyramide ist etwa 22 m hoch.		2 2	

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td></td><td>

<u>Neigungswinkel der Seitenflächen:</u>

$$\tan\alpha = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{2\cdot h}{a}$$

$$\alpha = 51{,}149...$$

Der Neigungswinkel beträgt etwa 51,1°.

</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>f)</td><td>

<u>Volumen der Cheopspyramide:</u>

$$V = \frac{1}{3}\cdot G\cdot h$$

$$= \frac{1}{3}\cdot 230{,}12^2\cdot h$$

<u>Höhe der Cheopspyramide:</u>

$$\tan\alpha = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{2\cdot h}{a}$$

$$h = \frac{\tan\alpha\cdot a}{2}$$

$$h = 142{,}848...$$

Hinweis: Die ursprüngliche Höhe der Cheopspyramide betrug ca. 146 m.

$$V = \frac{1}{3}\cdot 230{,}12^2\cdot 142{,}848...$$

$$V = 2\,521\,526{,}499...$$

<u>Volumenvergleich Cheopspyramide und Louvre-Pyramide:</u>

$$\frac{V_{Ch}}{V_L} = \frac{2521526{,}499...}{\frac{1}{3}\cdot 1\,254{,}5764\cdot 21{,}99} = 274{,}1968...$$

Das Volumen der Louvre-Pyramide würde etwa 274-mal in die Cheopspyramide passen.

</td><td></td><td>3</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>5</td><td>14</td><td>3</td></tr>
</table>

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Bürohaus „Berliner Bogen“

In Hamburg steht in der Nähe der S-Bahn-Station „Berliner Tor“ ein neues Bürohaus. Es hat wegen seiner Form und Lage den Namen „Berliner Bogen“. Das Bürohaus besteht hauptsächlich aus Glas und Stahl.

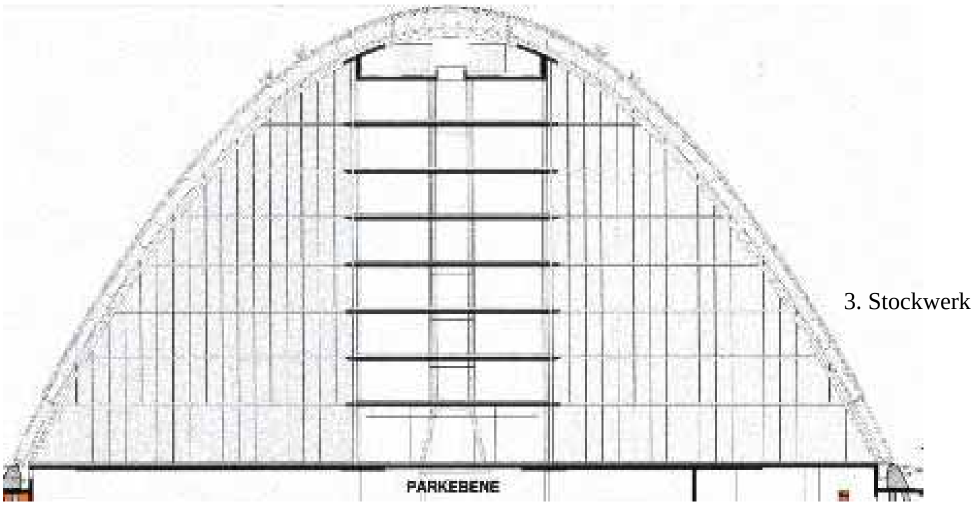
Daten des Bürohauses:
Länge: 140 m
Breite: 72 m

a) Berechne die Grundfläche des Gebäudes.

b) Die Gesamtfläche aller Stockwerke des Hauses ist 43 000 m² groß.
Davon werden 75 % vermietet.
Die Mietpreise liegen bei durchschnittlich 15,00 Euro pro Quadratmeter und Monat.
Berechne die monatlichen Mieteinnahmen für das Gebäude.

c) In dem Bürohaus sind sechs große Grünflächen mit Pflanzen angelegt. Die Gesamtfläche beträgt 3 300 m². Berechne, wie viel Prozent der Gesamtfläche des Hauses das sind.

d) Im Keller des Hauses befindet sich ein quaderförmiges Wasserbecken. Es speichert Regenwasser, wenn es in Hamburg viel regnet. Das Becken ist 120 m lang, 39 m breit und kann bis zu 5,5 m hoch mit Wasser gefüllt werden. Berechne, wie viel Liter Wasser das Becken aufnehmen kann.



e) Die Vorderseite des Hauses hat die Form einer Parabel. Denk dir ein Koordinatensystem, bei dem die x-Achse in Höhe der Parkebene verläuft und die y-Achse durch den Scheitelpunkt der Parabel geht.
Bestimme von den folgenden Gleichungen diejenige, die den Verlauf des Parabelbogens beschreiben könnte. Begründe.

(1) $y = \frac{1}{4}x^2 + 30$ (2) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 30$ (3) $y = -\frac{1}{4}x^2 - 30$

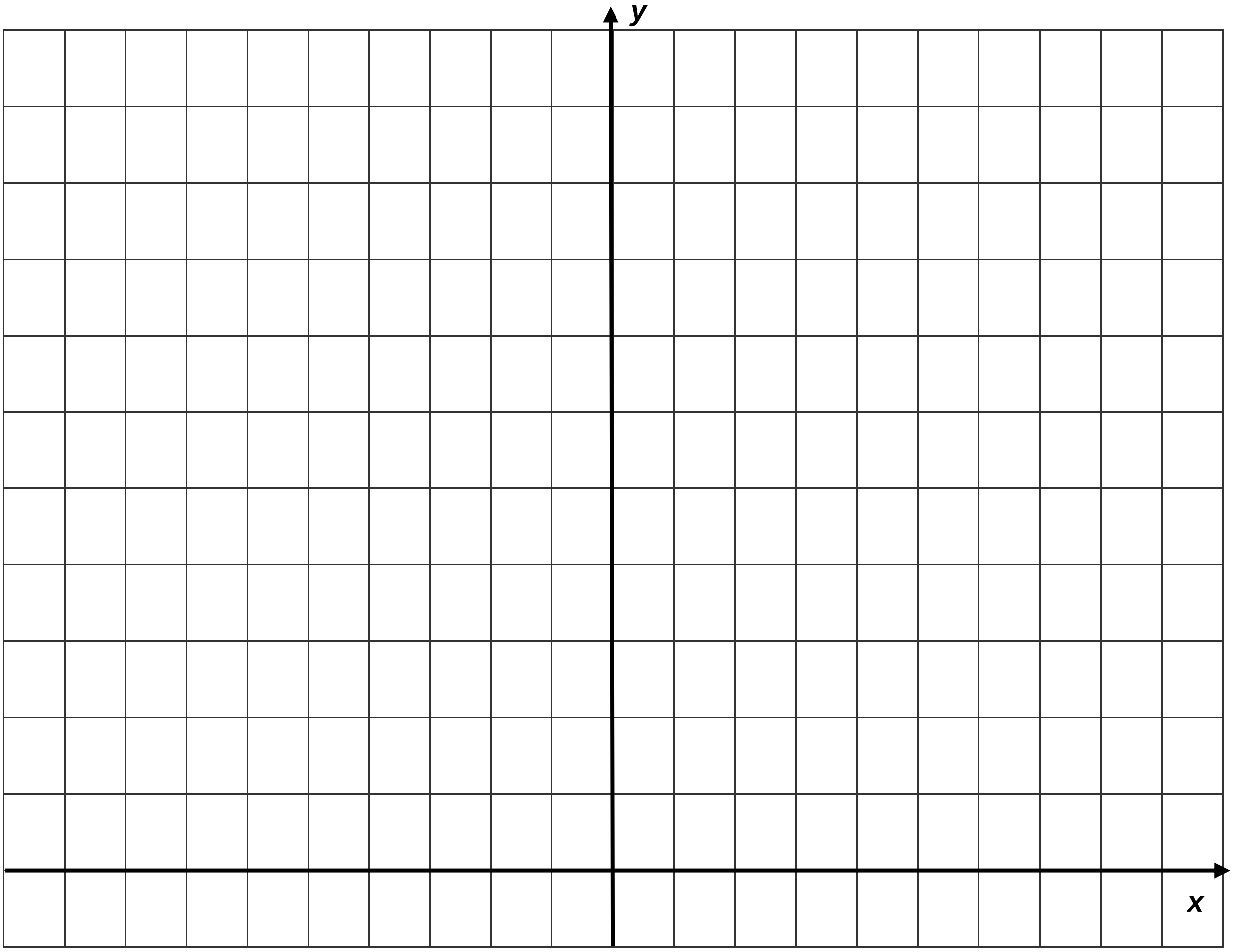
Begründe, warum die beiden anderen Gleichungen nicht infrage kommen.

f) Das Gebäude hat eine Höhe von 36 m. Bestimme nun die Gleichung, die den Gebäudebogen beschreibt, und stelle die zugehörige Parabel im Koordinatensystem in der Anlage dar.
Hinweis: Keine der in Aufgabe e) gegebenen Parabelgleichungen ist die hier gesuchte Gleichung.

g) Die Zwischendecke des 3. Stockwerks befindet sich in einer Höhe von 12,7 m.
Bestimme die Breite der Zwischendecke.

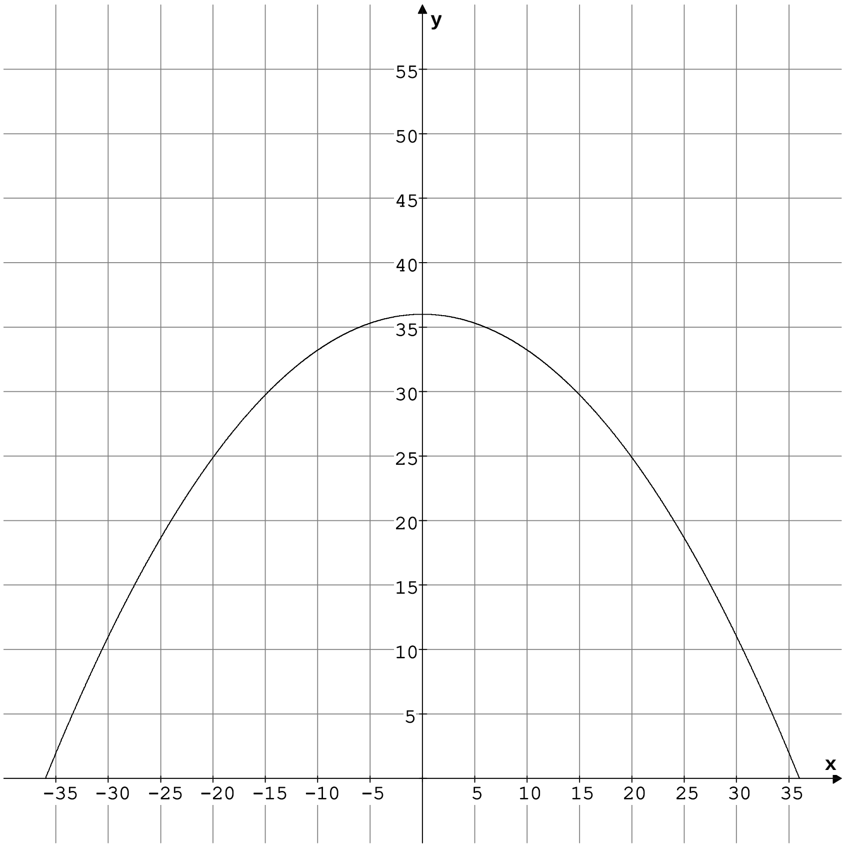
Anlage zur Aufgabe „Berliner Bogen"

Name: ______________________________ Klasse: __________



Erwartungshorizont

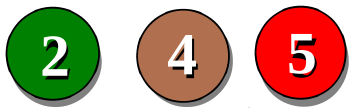
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Grundfläche des Gebäudes ist ein Rechteck mit den Seitenlängen 140 m und 72 m. Für den Flächeninhalt gilt also $A = 140 \cdot 72 = 10\,080$. Das Gebäude hat eine Grundfläche von 10 080 m².	2		
b)	75 % von 43 000 m^2 sind $\frac{75}{100} \cdot 43\,000\ \text{m}^2 = 32\,250\ \text{m}^2$. $32\,250 \cdot 15\ € = 483\,750\ €$. Die monatlichen Mieteinnahmen betragen 483 750 €.	2		
c)	Anteil der Grünfläche an der Gesamtfläche: $\frac{3\,300}{43\,000} = 0{,}0767...$ Ungefähr 7,7 % der Gesamtfläche des Hauses sind Grünflächen. *Andere Lösungswege sind auch möglich.*		2	
d)	$V = 120 \cdot 39 \cdot 5{,}5 = 25\,740$. Das Wasserbecken kann bis zu 25 740 m^3 Wasser aufnehmen, das sind 25 740 000 Liter.	3		
e)	Die Gleichung $y = \frac{1}{4}x^2 + 30$ beschreibt eine nach oben geöffnete Parabel und kommt daher nicht infrage. Die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 30$ beschreibt eine nach unten offene Parabel mit positivem y-Achsenabschnitt und kommt daher prinzipiell infrage. Die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 - 30$ beschreibt zwar eine nach unten geöffnete Parabel. Der Scheitelpunkt liegt aber unterhalb der x-Achse, so dass die Gleichung in diesem Zusammenhang nicht infrage kommt.		3	
f)	Die Parabelgleichung ist von der Form $y = a \cdot x^2 + c$. An der Stelle $x = 0$ gilt: $y = a \cdot 0^2 + c = 36$. Daraus folgt: $c = 36$. Die Parabel hat die Nullstellen -36 und 36. Eingesetzt in die Parabelgleichung:			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
	$0 = a \cdot 36^2 + 36$ $a \cdot 36^2 = -36$ $a = -\frac{1}{36}$ Die Parabel hat die Gleichung $y = -\frac{1}{36}x^2 + 36$. 	2	4	
g)	Eingesetzt in die Parabelgleichung gilt: $-\frac{1}{36}x^2 + 36 = 12,7$ $-\frac{1}{36}x^2 = -23,3$ $x^2 = 838,8$ $x \approx \pm 28,962...$ Die Zwischendecke ist ca. $28,962\ \text{m} \cdot 2 \approx 57,90\ \text{m}$ breit.			4
	Insgesamt 22 BWE	9	9	4

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

Lotterie

Eine Klasse möchte auf dem Schulfest eine Lotterie durchführen. Dafür verwendet sie Holzplättchen, auf denen je eine Ziffer 2, 4 oder 5 steht.



Diese Plättchen sollen aus einer Lostrommel nacheinander ohne Zurücklegen gezogen werden und in der gezogenen Reihenfolge hintereinander gelegt werden. Sie bilden dann eine dreistellige Zahl.

a) Bestimme alle möglichen Zahlen, die gezogen werden können.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die größte dieser Zahlen gezogen wird.

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
- die gezogene Gewinnzahl durch 5 teilbar ist
- die gezogene Gewinnzahl kleiner als 500 ist.

Nach einigen Probeziehungen erscheint der Klasse die Ziehung zu einfach. Deshalb werden zwei weitere Plättchen mit den Ziffern 1 bzw. 3 hinzugefügt.

d) Bestimme nun die Anzahl der möglichen fünfstelligen Zahlen, die gezogen werden könnten (zur Kontrolle: 120).

Die Schülerinnen und Schüler stellen nun 1 200 Lose her, auf denen je eine der 120 möglichen Zahlen als Losnummer gedruckt wird. Sie machen das so, dass insgesamt jede Losnummer genau 10-mal vorkommt.
Die Klasse legt einen „Gewinnplan" fest (siehe Anlage). Im Laufe des Schulfestes sollen die Lose verkauft werden. Gegen Ende des Schulfestes findet die „Ziehung" statt, wobei mit den 5 Plättchen – wie beschrieben – eine Gewinnzahl gezogen wird.

e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit für den Käufer eines einzigen Loses, dass
- er einen Gutschein für ein Buch gewinnt
- er einen Gutschein für eine „Riesenwurst mit Beilage" gewinnt (zur Kontrolle: $p = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}$).

Die Schüler planen, ein einzelnes Los für 0,50 € zu verkaufen.
Material und Druckkosten betragen insgesamt 12 €.
Die Kugelschreiber sind als Werbegeschenk von einem Elternvertreter gestiftet worden.
Ein „Riesenwurst mit Beilage" kalkulieren die Schüler mit 2 € und ein Buch mit 30 €.

f) Berechne, wie viel Geld die Schüler bei ihrer Kalkulation übrig behalten werden, wenn sie alle 1200 Lose verkaufen.
Bei der staatlichen Lotterie müssen 50 % der Einnahmen als Gewinne ausgeschüttet werden. Untersuche, ob das bei der hier betrachteten Lotterie der Fall ist.

Gewinnplan

für das große Zahlengewinnspiel

Heute 17 Uhr Ziehung der Glückszahl

Vergleicht die Glückszahl mit Eurer Losnummer!

- Die letzte Ziffer ist richtig:

  Gewinn: *Ein Super-Kugelschreiber*

- Die letzten beiden Ziffern sind richtig,
  aber nicht die ganze Zahl:

  Gewinn: *Gutschein für eine Riesenwurst mit Beilage*

- Die Losnummer stimmt mit der Gewinnzahl überein:

  Gewinn: *Gutschein für ein wertvolles Buch*

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>245 ; 254 ; 425 ; 452 ; 524 ; 542</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$P(542)=\frac{1}{6}$.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$P(\text{"Zahl ist durch 5 teilbar"})$
$=P(\text{"die letzte Ziffer ist durch 5 teilbar"})$
Für die letzte Ziffer kommt im günstigen Fall also nur 5 in Frage, damit sind folgende zwei Zahlen günstig: 245 und 425.
$P(\text{"Zahl ist durch 5 teilbar"})=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\approx 33\,\%$.
Unter den 6 in a) genannten Zahlen sind 4 kleiner als 500, also gilt:
$P(\text{"Zahl ist kleiner als 500"})=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}\approx 67\,\%$.</td><td>1
1
1
1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Für die erste Ziffer (das erste Plättchen) gibt es 5 Möglichkeiten, für jede dieser 5 Möglichkeiten gibt es 4 Möglichkeiten für die nächste Ziffer u.s.w.
Insgesamt gibt es also $5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=120$ verschiedene mögliche fünfstellige Zahlen, die gezogen werden können.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>• Von den 120 bei der Ziehung gleichwahrscheinlichen möglichen Gewinnzahlen ist für den Käufer (eines einzigen Loses) genau eine günstig.
Also $p_1=\frac{1}{120}\approx 0{,}83\,\%$.
• Wenn <u>nur</u> die letzten beiden Ziffern übereinstimmen sollen, können die übrigen drei ersten Ziffern bei der Ziehung für den Losbesitzer noch beliebig sein. Dafür gibt es dann $3\cdot 2\cdot 1=6$ Varianten. Insgesamt gibt es von den 120 bei der Ziehung gleichwahrscheinlichen möglichen Gewinnzahlen also 6, bei denen die letzten beiden Ziffern mit denen des Losbesitzers übereinstimmen.
Eine von diesen 6 Gewinnzahlen ist aber die Gewinnzahl selbst, so dass genau die verbleibenden 5 Gewinnzahlen zur „Riesenwurst mit Beilage“ führen. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt also $p_2=\frac{5}{120}=\frac{1}{24}\approx 4{,}2\,\%$.</td><td></td><td>3</td><td>2</td></tr>
<tr><td>f)</td><td>Berechnung der Einnahmen beim Verkauf der 1 200 Lose:
$1\,200\cdot 0{,}50\text{ €}=600\text{ €}$.
Zu berücksichtigen sind 12 € Materialkosten.
Nachdem die Gewinnzahl gezogen worden ist, gibt es
• 10 Lose, die zu einem Hauptgewinn gehören,</td><td></td><td>1</td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	und entsprechend der Argumentation von e) gibt es • 50 Lose, die zum Gewinn einer „Riesenwurst mit Beilage“ führen. Also müssen die Veranstalter an weiteren Kosten kalkulieren: $10 \cdot 30\ € = 300\ €$ für die Hauptgewinne, $50 \cdot 2\ € = 100\ €$ für die „Riesenwürste“. Dann bleiben also $600\ € - 12\ € - 300\ € - 100\ € = 188\ €$ als „Gewinn“ für die Klasse. Ausgeschüttet werden $300\ € + 100\ € = 400\ €$, das sind mehr als 50 % der Einnahmen von 600 €.		2	2
	Insgesamt 22 BWE	9	9	4