Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss

Schuljahr 2006/2007

8. Mai 2007

Mathematik

Gesamtschulen und Realschulen

Aufgabensatz - HAUPTTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Nichtprogrammierbarer Taschenrechner, Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V).**
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält zunächst **Aufgabe I** zur Bearbeitung ohne Taschenrechnerunterstützung. Diese Aufgabe ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben** zur Bearbeitung sowie seinen Taschenrechner. Diese Aufgaben sind auf Extrablättern zu bearbeiten.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden in kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 95	1+	B 2+
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2007 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ➔	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ➔
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)		
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
						Summe der BWE ➔	

Bewertungstext

Note ➔

Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Realschulabschlussprüfung 2007 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)		
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
						Summe der BWE ➔	

Bewertungstext

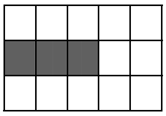
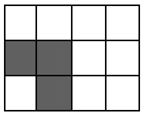
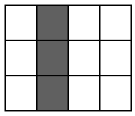
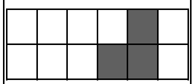
Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

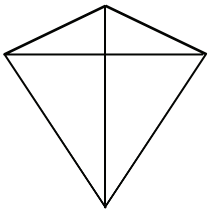
Name: ________________________ Klasse: __________

Aufgabe I – ohne Taschenrechner

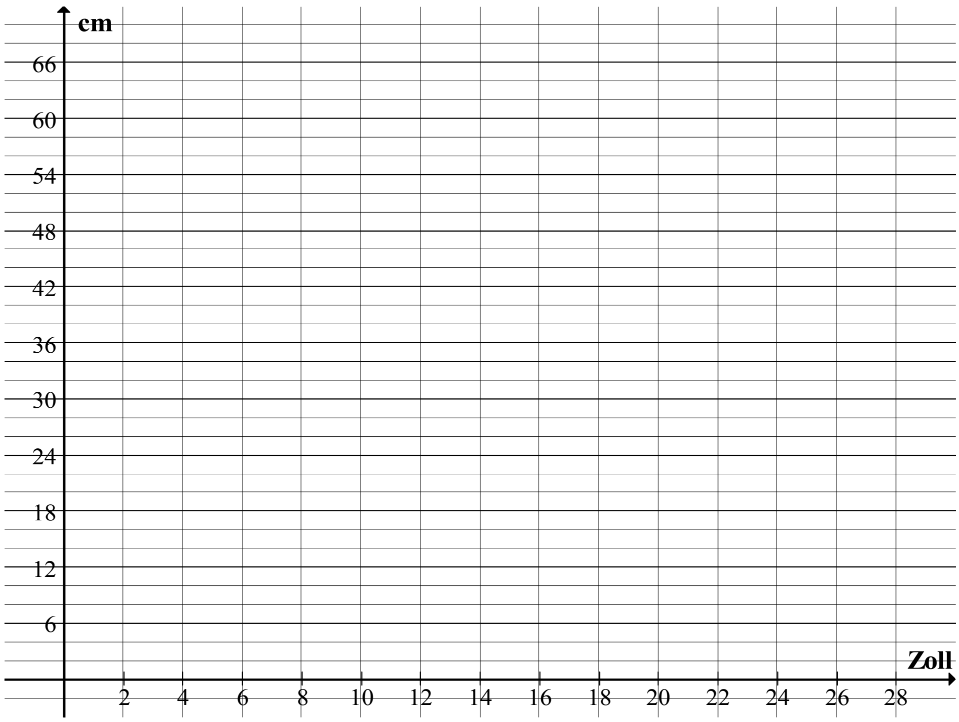
1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung". Eine Begründung wird nicht verlangt. (24 P.)

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	10 € und 7 ct sind	107 ct	1 070 ct	10,70 €	10,07 €	
b)	$2{,}1 \cdot 0{,}1 =$	0,021	0,21	0,0021	2,1	
c)	2,9 kg =	29 g	290 g	2 900 g	29 000 g	
d)	$44 \cdot 9 = 11 \cdot \square$ Welche Zahl kommt in das Kästchen?	36	34	32	30	
e)	$45\ \text{dm}^3 =$	$4{,}5\ l$	$45\ l$	$450\ l$	$4500\ l$	
f)	0,505 km =	505 mm	505 cm	505 dm	505 m	
g)	25 % von 440 € =	100 €	110 €	176 €	220 €	
h)	Bestimme den Ausdruck mit dem gleichen Wert: $(4 \cdot 18) : 3 =$	$12 \cdot (8:2)$	$3 \cdot (18:4)$	$(16:4) \cdot 5$	$(36:9) \cdot 6$	
i)	Welche Fläche ist die größte?	$0{,}01\ \text{km}^2$	2 ha	$1070\ \text{dm}^2$	$400\ \text{m}^2$	
j)	$3\frac{1}{2}$ Tage =	84 h	72 h	70 h	60 h	
k)	$\frac{4}{7} - \frac{1}{2} =$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{14}$	
l)	Welche Zahl ist die kleinste?	3,506	3,065	3,056	3,605	
m)	Um welchen Faktor vergrößert sich die Oberfläche eines Würfels, wenn man seine Kantenlängen verdoppelt?	2	4	6	8	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
n)	Welche der angegebenen Zahlen ist ohne Rest durch 4 teilbar?	7 852	8 742	9 602	10 878	
o)	Bei welcher Figur ist <u>nicht</u> $\frac{1}{4}$ der Fläche schwarz eingefärbt?					
p)	Bei einem Spiel wird mit einem normalen Spielwürfel geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Würfeln eine <u>Zahl kleiner als 3</u> zu erhalten?	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	
q)	Addiert man zum 3-fachen einer Zahl das 5-fache einer anderen Zahl, so erhält man 29. Welche Gleichung passt zu der Aussage?	$3x + 5x = 29$	$5x - 3x = 29$	$3x + 5y = 29$	$3x - 5y = 29$	
r)	$\frac{8}{25} =$	30 %	60 %	32 %	64 %	
s)	Ein T-Shirt kostete 40 €. Der Preis ist um 20 % gesenkt worden. Wie viel muss man nun dafür bezahlen?	30 €	32 €	35 €	36 €	
t)	In einer Urne befinden sich 3 Plättchen mit jeweils einem der Buchstaben T, O und R. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „TOR“ gebildet wird?	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	
u)	Ein Fahrradfahrer legte in 12 min einen Weg von 3,5 km zurück. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit hatte der Fahrradfahrer auf dieser Strecke?	$16{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$17{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$21\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$42\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
v)	$2^3 \cdot 2^2 =$	4^6	2^5	2^6	4^5	
w)	$\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} =$	16	64	8	32	
x)	 Welche der folgenden Aussagen ist für diesen Drachen richtig?	Zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel zueinander.	Benachbarte Seiten stehen senkrecht aufeinander.	Benachbarte Seiten sind immer gleich lang.	Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander.	

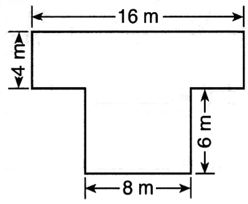
2. a) Manche Längen werden in Zoll angegeben. Ein 26-Zoll-Rad hat einen Durchmesser von rund 66 cm. Zeichne mit Hilfe dieser Angabe eine Grafik zur schnellen Umrechnung von Zoll in cm. (1 P.)



b) Bestimme den fehlenden Wert durch Ablesen in der Grafik. (1 P.)

Zoll	26	16
cm	66	

3. Bestimme den Umfang und den Flächeninhalt der Figur. (2 P.)

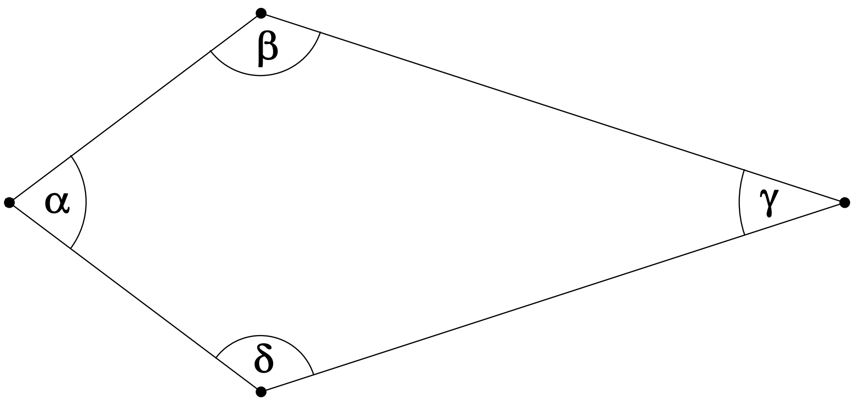


Umfang: ________________________________

Fläche: ________________________________

____

4. Du siehst ein Drachenviereck. Bestimme die Größe der gekennzeichneten Winkel. (2 P.)



$\alpha =$ _____ $\beta =$ _____

$\gamma =$ _____ $\delta =$ _____

5. Bestimme jeweils <u>alle</u> Lösungen der folgenden Gleichungen. (4 P)

a) $2x + 12 = 19 - 5x$

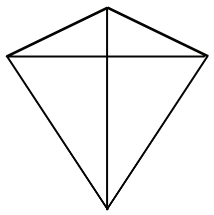
b) $x^2 + 1 = 82$

c) $x^2 + 8x + 16 = 0$

d) $4^x = \frac{1}{64}$

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
a)	10 € und 7 ct sind	10,07 €	**D**	1		
b)	$2{,}1 \cdot 0{,}1 =$	0,21	**B**	1		
c)	2,9 kg =	2 900 g	**C**	1		
d)	$44 \cdot 9 = 11 \cdot \square$ Welche Zahl kommt in das Kästchen?	$44 \cdot 9 = 11 \cdot 36$	**A**	1		
e)	$45\ \text{dm}^3 =$	45 *l*	**B**	1		
f)	0,505 km	505 m	**D**	1		
g)	25 % von 440 € =	110 €	**B**		1	
h)	Bestimme den Ausdruck mit dem gleichen Wert: $(4 \cdot 18) : 3 =$	$(36 : 9) \cdot 6$	**D**		1	
i)	Welche Fläche ist die größte?	$2\ \text{ha} = 0{,}02\ \text{km}^2$	**B**		1	
j)	$3\frac{1}{2}$ Tage =	84 h	**A**	1		
k)	$\frac{4}{7} - \frac{1}{2} =$	$\frac{4}{7} - \frac{1}{2} = \frac{8-7}{14} = \frac{1}{14}$	**D**		1	
l)	Welche Zahl ist die kleinste?	3,056	**C**	1		
m)	Um welchen Faktor vergrößert sich die Oberfläche eines Würfels, wenn man seine Kantenlängen verdoppelt?	4	**B**		1	
n)	Welche der angegebenen Zahlen ist ohne Rest durch 4 teilbar?	7 852	**A**		1	
o)	Bei welcher Figur ist <u>nicht</u> $\frac{1}{4}$ der Fläche schwarz eingefärbt?	Von 15 Feldern sind 3 gefärbt.	**A**		1	
p)	Bei einem Spiel wird mit einem normalen Spielwürfel geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Würfeln eine <u>Zahl kleiner als 3</u> zu erhalten?	$\frac{1}{3}$	**B**		1	

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
q)	Addiert man zum 3-fachen einer Zahl das 5-fache einer anderen Zahl, so erhält man 29.	$3x+5y=29$	**C**		1	
r)	$\frac{8}{25}=$	$\frac{8}{25}=\frac{32}{100}=32\%$	**C**		1	
s)	Ein T-Shirt kostete 40 €. Der Preis ist um 20 % gesenkt worden. Wie viel muss man nun dafür bezahlen?	32 €	**B**		1	
t)	In einer Urne befinden sich 3 Plättchen mit jeweils einem der Buchstaben T, O und R. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „TOR" gebildet wird?	$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{6}$	**D**			1
u)	Ein Fahrradfahrer legte in 12 min einen Weg von 3,5 km zurück. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit hatte der Fahrradfahrer auf dieser Strecke?	$17{,}5\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	**B**		1	
v)	$2^3\cdot 2^2=$	$2^3\cdot 2^2=2^{3+2}=2^5$	**B**			1
w)	$\sqrt{32}\cdot\sqrt{2}=$	8	**C**		1	
x)	 Welche der folgenden Aussagen ist für diesen Drachen richtig?	Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander.	**D**		1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	a) Gesuchter Punkt P (26; 66) wird mit dem Koordinatenursprung (0; 0) verbunden. b) Durch Ablesen ergibt sich der Wert (16; 41). Toleranz: ± 1.		1 1	
3.	Umfang: Addition aller Seitenlängen. $u=16+4+4+6+8+6+4+4=52$. Der Umfang beträgt 52 m.		1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Flächeninhalt: Der Flächeninhalt kann durch Flächenzerlegung berechnet werden. Beispiel: Zerlegung in 2 Teilrechtecke. $A = 16 \cdot 4 + 8 \cdot 6 = 112$. Der Flächeninhalt beträgt 112 m². *Es gibt weitere Zerlegungsmöglichkeiten, die genutzt werden können.*		1	
4.	Die Größe der Winkel beträgt: $\alpha = 74°$; $\beta = 125°$; $\gamma = 36°$; $\delta = 125°$. Toleranz: $\pm 1°$. *Bewertung: Ein Winkel falsch, 1 Punkt, mehr als ein Winkel falsch, 0 Punkte*		2	
5.	a) Lösen der Gleichung: $2x + 12 = 19 - 5x$ $7x + 12 = 19$ $7x = 7$ $x = 1$. *Alternative Angabe:* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{1\}$ bzw. … hat die Lösung 1.		1	
	b) Lösen der Gleichung: $x^2 + 1 = 82$ $x^2 = 81$ $x_1 = 9$ $x_2 = -9$. *Alternative Angabe:* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{9, -9\}$ bzw. … hat die Lösungen –9 und 9.		1	
	c) Lösen der Gleichung: $x^2 + 8x + 16 = 0$ $(x + 4)^2 = 0$ $x + 4 = 0$ $x_1 = -4$. *Alternative Angabe:* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{-4\}$ bzw. … hat die Lösung –4.			1

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	d) Es gilt: $4^3 = 64$, also $4^{-3} = \frac{1}{64}$ und damit $x = -3$. *Alternative Angabe:* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{-3\}$ bzw. … hat die Lösung –3.			1
	Insgesamt 34 BWE	8	22	4

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

Windpark (22 Punkte)

Für einen neuen Windpark sollen Windräder aufgestellt werden.

Ein Windrad besteht aus drei Rotorblättern. Ein Rotorblatt ist 16 m lang.

a) Bestimme durch Abschätzung mithilfe der nebenstehenden Abbildung die ungefähre Höhe des Stahlturmes (bis zur Achse der Rotorblätter).

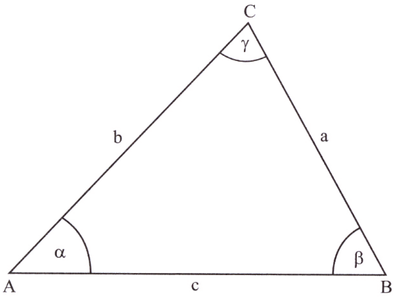
b) Die sich drehenden Rotorblätter beschreiben eine Kreisfläche. Bestimme den Durchmesser und die Größe der Kreisfläche.

c) Das Spielfeld einer Turnhalle ist etwa 364 m² groß. Berechne, wievielmal größer diese Kreisfläche ist.

d) Bei einer Windgeschwindigkeit von mehr als 25 Metern in der Sekunde wird die Anlage aus Sicherheitsgründen gestoppt. Bei dieser Windgeschwindigkeit drehen sich die Rotorblätter in 3 Sekunden 2-mal um ihre Achse. Zeige, dass sich die Spitzen der Rotorblätter dann mit einer Geschwindigkeit von mehr als 240 km/h bewegen.

Zunächst sollen drei Windräder an den Standorten *A*, *B* und *C* aufgestellt werden (siehe nebenstehende Skizze). Folgende Daten sind bekannt:

$c = 285$ m $\qquad \alpha = 51°$ $\qquad \beta = 62°$



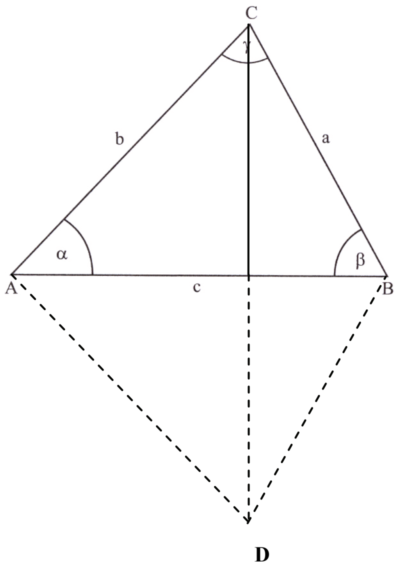
(Skizze nicht maßstäblich)

e) Aus Sicherheitsgründen müssen die Standorte der Windräder mindestens 240 m voneinander entfernt sein. Entscheide, ob die Planung diese Bedingung berücksichtigt hat.

f) Der Standort *D* eines vierten Windrades soll spiegelbildlich zum Standort *C* bezüglich $\overline{AB}$ liegen. Bestimme die Entfernung zwischen den Standorten *C* und *D*.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Der Stahlmast hat bis zur Achse eine Höhe von ca. drei Längen eines Rotorblattes. $3 \cdot 16 = 48$. Die Höhe des Stahlturms bis zur Achse beträgt also ca. 48 m.	2		
b)	Der Durchmesser der Kreisfläche beträgt $2 \cdot 16 \text{ m} = 32 \text{ m}$.	1		
	Berechnung des Kreisflächeninhalts: $\pi \cdot 16^2 = 804{,}247...$ Der Flächeninhalt des Kreises beträgt ca. 804 m².	2		
c)	$804{,}25 : 364 = 2{,}209\ldots$ Die Kreisfläche ist mehr als doppelt so groß wie das Spielfeld der Turnhalle.	2		
d)	Der Rotor dreht sich in 3 Sekunden 2-mal. Die Blattspitzen legen dabei folgenden Weg zurück: $2 \cdot \text{Umfang} = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 16 = 201{,}061...[\text{m}]$.	1		
	In 3 Sekunden legen die Blattspitzen ca. 201 m zurück, in 1 Stunde also $\frac{3600}{3} \cdot 201{,}061... \approx 241\,274 \; [\text{m/h}]$. Die Blattspitzen drehen sich also mit einer Geschwindigkeit von mehr als 240 km/h.		3	
e)	Berechnung des dritten Winkels: $\gamma = 180° - 51° - 62° = 67°$.		2	
	Für die Länge der Strecke $\overline{AC}$ gilt dann: $\frac{\lvert AC \rvert}{\sin 62°} = \frac{285}{\sin 67°}$ $\lvert AC \rvert = \frac{285 \cdot \sin 62°}{\sin 67°}$ $\lvert AC \rvert = 273{,}371...$		2	
	Für die Länge der Strecke $\overline{BC}$ gilt dann: $\frac{\lvert BC \rvert}{\sin 51°} = \frac{285}{\sin 67°}$ $\lvert BC \rvert = \frac{285 \cdot \sin 51°}{\sin 67°}$ $\lvert BC \rvert = 240{,}614...$		2	

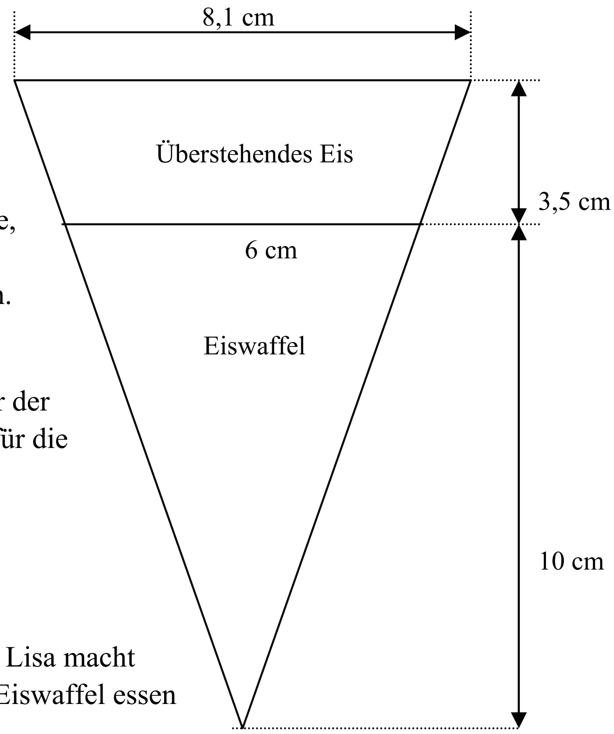
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Wegen $\lvert AC \rvert > 240$ m und $\lvert BC \rvert > 240$ m können die Windräder nach Plan aufgestellt werden.		1	
f)	Skizze:  Berechnung der Höhe h_c des Dreiecks ABC: $\sin 51° = \frac{h_c}{\lvert AC \rvert}$ $h_c = \sin 51° \cdot 273{,}371...$ $h_c = 212{,}449...$ Die Entfernung zwischen den Standorten C und D entspricht der doppelten Länge der Höhe h_c: $2 \cdot 212{,}45 = 424{,}90$. Die Entfernung zwischen den Standorten C und D beträgt ca. 425 m.			4
	Insgesamt 22 BWE	8	10	4

Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Eistüte (22 Punkte)

Seit 104 Jahren gibt es essbare Eistüten. Eine moderne Waffelmaschine produziert 20 000 Eistüten pro Stunde.
Ein Unternehmen produziert Eiswaffeln in Kegelform. Die Höhe der Eiswaffel beträgt 10 cm und der Durchmesser an der Öffnung 6 cm (siehe Skizze).

a) Für eine Lieferung müssen innerhalb von 2 Tagen 2,5 Millionen Eiswaffeln produziert werden. Die 4 Waffelmaschinen des Unternehmens können pro Tag 16 Stunden eingesetzt werden. Überprüfe durch Rechnung, ob der Auftrag in der Zeit erfüllbar ist.



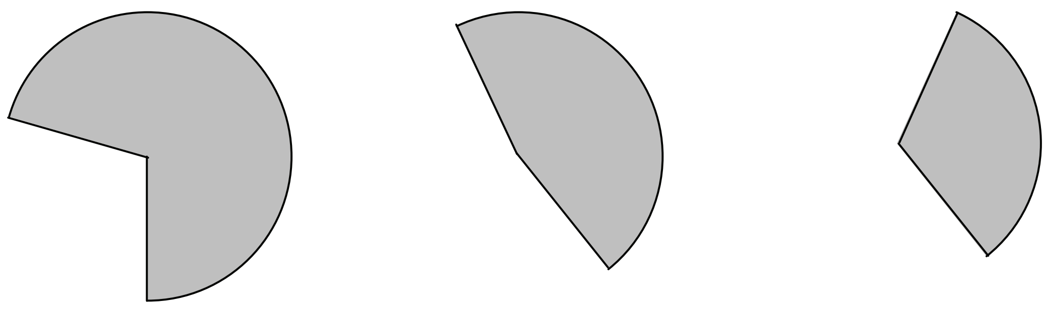
Die Eiswaffeln werden maschinell gefüllt und dann tiefgefroren.

b) Die Eisfüllung steht in der Höhe 3,5 cm über (siehe Skizze, nicht maßstäblich).
Berechne, wie viel ml Eis für eine Eistüte benötigt werden.

c) Für den Verkauf werden die Eistüten verpackt. Gegenüber der Oberfläche einer Eistüte benötigt man 12 % mehr Papier für die Verpackung.
Berechne den Materialbedarf für die Verpackung von 20 000 Eistüten.

d) Lisa und Paul möchten sich ein solches Eis gerecht teilen. Lisa macht den Vorschlag, dass sie das Eis bis zum oberen Rand der Eiswaffel essen darf. Paul lässt sich auf den Vorschlag ein.
Untersuche, ob die Teilung gerecht ist.

e) Die folgenden Abbildungen zeigen drei unterschiedliche Kreissektoren mit gleichen Radien.
Die Kreissektoren werden jeweils ausgeschnitten und zu Kegeln gebogen.
Entscheide, welcher Kreissektor den höchsten Kegel ergibt.



I **II** **III**

Erwartungshorizont

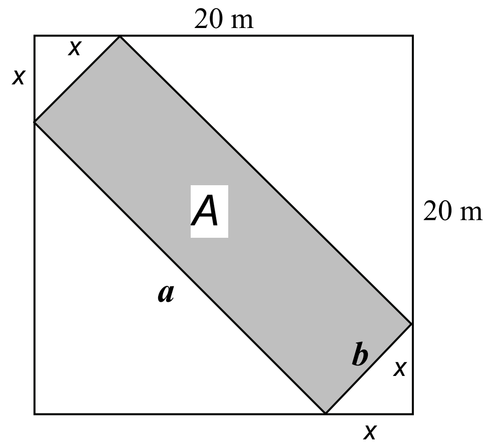
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	Berechnung der Zeit: $2 \cdot 16\text{ h} = 32\text{ h}$.	1		
	Vier Maschinen produzieren in diesem Zeitraum: $4 \cdot 32 \cdot 20\,000$ Eistüten $= 2\,560\,000$ Eistüten .	1		
	Der Auftrag kann termingerecht erfüllt werden.	1		
b)	Berechnung des Volumens eines Kegels: $V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4{,}05^2 \cdot 13{,}5 = 231{,}884...$.	2		
	Für eine Eistüte werden etwa 232 cm^3, also 232 ml Eis, benötigt.		2	
c)	Oberflächeninhalt einer Eistüte: $O = \pi \cdot r \cdot (r+s)$.			
	1. Berechnung der Länge der Seitenlinie: Nach dem Satz des Pythagoras gilt: $s^2 = r^2 + h^2 = 4{,}05^2 + 13{,}5^2$; $s^2 = 198{,}6525$; $s = 14{,}094...$	1		
	2. Berechnung der Oberfläche: $A_O = \pi \cdot r \cdot (r+s) = \pi \cdot 4{,}05 \cdot (4{,}05 + 14{,}094...) = 230{,}859...$		1	
	12 % mehr Materialbedarf: $230{,}859... \cdot 1{,}12 = 258{,}562...$. 20 000 Eistüten: $258{,}562... \cdot 20\,000 = 5\,171\,253{,}832...$		2	
	Der Materialbedarf für 20 000 Eistüten beträgt: $5\,171\,253{,}832...$ cm² ≈ 51 713 dm² = 517,13 m². *Durch unterschiedliches Runden kann es zu größeren Abweichungen kommen.*		2	
d)	Der Kegelradius des übrig gebliebenen Eises entspricht genau dem Radius der Eiswaffel, damit ergibt sich für Paul folgender Anteil: $V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 94{,}247...$ Pauls Anteil beträgt etwa 94 ml Eis.		2	
	Berechnung von Lisas Anteil: $V_{Kegelstumpf} = 231{,}884... - 94{,}247... = 137{,}637...$ Lisas Anteil beträgt etwa 138 *ml* Eis.		2	
	Berechnung des Unterschieds: $138 - 94 = 44$. Die Teilung ist nicht gerecht, da Paul etwa 44 ml weniger Eis bekommt als Lisa.			2

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Sektor III ergibt den höchsten Kegel. Da die Radien der Kreissektoren gleich sind, ergibt der Sektor mit dem kleinsten Kreisbogen den Kegel mit der größten Höhe.		1	2
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Gartengestaltung (22 Punkte)

Eine Familie plant in ihrem Garten den Bau eines Swimmingpools. In ein quadratisches Rasenstück mit der Seitenlänge 20 m soll dafür ein rechteckiges Wasserbecken mit der Fläche A eingelassen werden (siehe Abbildung rechts). Ein Gartenbauunternehmen wird beauftragt.



a) Berechne
- die Größe der Rasenfläche und der Wasserfläche,
- die Seitenlängen des Wasserbeckens,

wenn $x = 4$ m ist.

b) Zur Berechnung der Wasserfläche A benutzen die Gartenplaner die Formel $A = 2 \cdot (20 - x) \cdot x$.
Bestätige mithilfe der Formel dein Ergebnis aus Aufgabe a).

c) Unter den Auszubildenden Patrick, Katharina und Felix kommt es zu Meinungsverschiedenheiten, als sie die Formel vereinfachen wollen.

Patrick schlägt vor, wie folgt zu vereinfachen: .... $A = 40 - x^2$

Katharina hat diesen Vorschlag:.. $A = 20x + x^2$

Felix dagegen meint, dass die Formel so lauten müsste: .... $A = 40x - 2x^2$

Entscheide durch Umformung der Formel in b), wer Recht hat.

d) Diese drei Formeln kann man auch als Funktionsgleichungen auffassen.

$f_1(x) = 40 - x^2$,

$f_2(x) = 20x + x^2$,

$f_3(x) = 40x - 2x^2$.

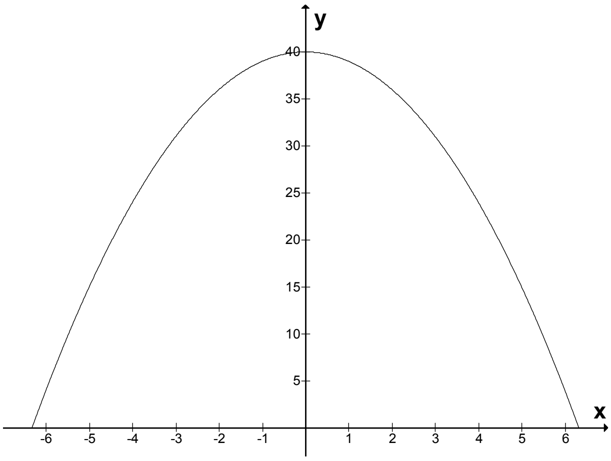
Entscheide (mit Begründung), welcher der Graphen I, II, III in der Anlage zu welcher der Funktionen f_1, f_2, f_3 gehört.

e) Löse genau eine der folgenden Aufgaben:

- Bestimme x so, dass die Wasserfläche möglichst groß wird.
- Begründe die Richtigkeit der Formel für die Wasserfläche A in Aufgabe b).

Anlage zur Aufgabe „Gartengestaltung“, Teil d)

Name: ____ **Klasse:** ________



Graph I

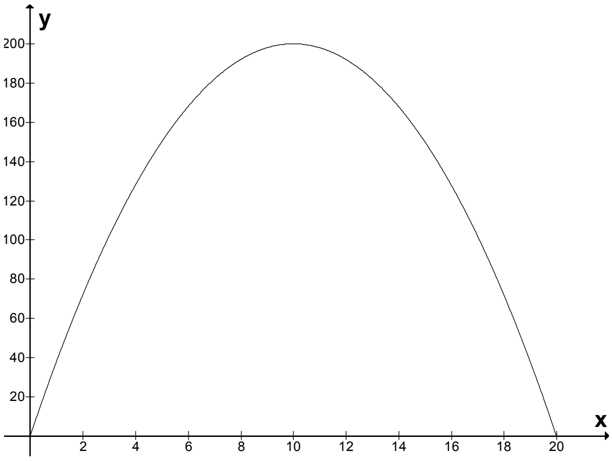
Dargestellt ist der Graph

der Funktion ______, weil

____

____

____



Graph II

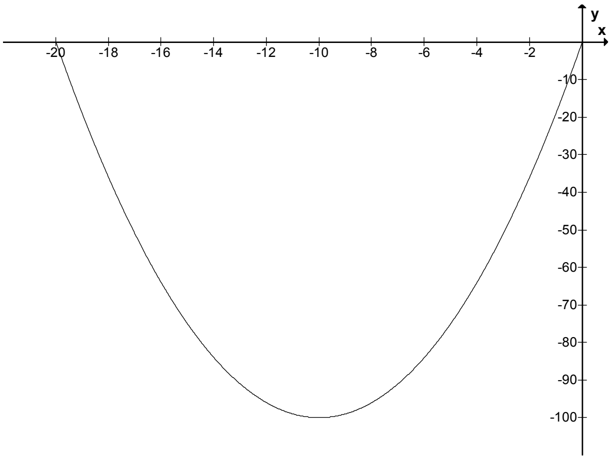
Dargestellt ist der Graph

der Funktion ______, weil

____

____

____



Graph III

Dargestellt ist der Graph

der Funktion ______, weil

____

____

____

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Flächen zu berechnen. Sie sind bei richtiger Rechnung und Darstellung gleichwertig.
Rasenfläche: $(20-4)^2+4^2=256+16=272$.
Die Rasenfläche beträgt 272 m^2.
Wasserbecken: $A=20^2-272=128$.
Das Wasserbecken hat eine Fläche von 128 m^2.
Die Seitenlängen a und b des Wasserbeckens lassen sich jeweils über den Satz des Pythagoras berechnen:
$a^2=16^2+16^2$ $b^2=4^2+4^2$
$a^2=512$ $b^2=32$
$a=22{,}627...$ $b=5{,}656...$
Das Wasserbecken ist etwa 22,63 m lang und 5,66 m breit.</td><td>4</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Für x = 4 erhält man zum Beispiel: $A=2\cdot(20-4)\cdot 4=128$.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Das Ausmultiplizieren der Klammer führt zu
$A=2\cdot x\cdot(20-x)=2\cdot x\cdot 20-2\cdot x\cdot x=40x-2x^2$.
Also hat Felix mit seiner Umformung Recht.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Der Graph I ist der Funktion f_1 zuzuordnen. Graph I schneidet die y-Achse in $(0 \mid 40)$; dies entspricht dem y-Achsenabschnitt von f_1 . Außerdem ist der Graph nach unten geöffnet, bedingt durch das negative Vorzeichen des quadratischen Terms. (2)
Die Funktionen f_2 und f_3 verlaufen durch den Koordinatenursprung, für x = 0 wird der Funktionswert y = 0 erhalten.
Der Graph II ist der Funktion f_3 zuzuordnen. Die Parabel ist nach unten geöffnet (negatives Vorzeichen des quadratischen Terms) und schneidet die y-Achse im Koordinatenursprung. (2)
Der Graph III ist der Funktion f_2 zuzuordnen. Die Parabel ist nach oben geöffnet (positives Vorzeichen des quadratischen Terms). (2)</td><td></td><td>2
2
2</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>• Die Wasserfläche soll möglichst groß werden.
Dieser Aufgabenteil lässt sich argumentativ und rechnerisch lösen:
Der Maximalwert liegt beim Scheitelpunkt der Parabel, dieser liegt in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen. Die Nullstellen kennt man z.B. aus Aufgabenteil d). Durch Ablesen erhält man: $n_1=0$; $n_2=20$. Der Scheitelpunkt liegt also bei x = 10.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Andere Variante: Die Umformung der Funktionsgleichung in die Scheitelpunktform ergibt $A = -2(x-10)^2 + 200$ mit dem Scheitelpunkt $S\,(10 \mid 200)$, führt also zur gleichen Lösung. Ergebnis: Für $x = 10$ ist die Fläche des Wasserbeckens maximal. *[$A_{max} = 200\ m^2$, das ist die Hälfte des Rasenstücks. Diese Angabe ist aber nicht gefordert.]* *Auch der Hinweis auf die grafische Darstellung (Anlage) ist möglich.* **Alternativaufgabe:** $A = 2 \cdot (20-x) \cdot x$ ist zu zeigen. Es gilt: $A = 20^2 - 2 \cdot \frac{x \cdot x}{2} - 2 \cdot \frac{(20-x)(20-x)}{2}$ $A = 20^2 - x^2 - 20^2 + 40x - x^2$ $A = 40x - 2x^2$ $A = 2x \cdot (20-x)$ $A = 2 \cdot (20-x) \cdot x$. *Andere Variante:* $A = a \cdot b$ a und b können über den Satz des Pythagoras berechnet werden: $a^2 = 2 \cdot (20-x)^2$ $a = (20-x) \cdot \sqrt{2}$ $b^2 = 2x^2$ $b = x \cdot \sqrt{2}$ $A = (20-x) \cdot \sqrt{2} \cdot x \cdot \sqrt{2}$ $A = 2 \cdot (20-x) \cdot x$ *Nur eine der beiden Aufgaben soll gelöst werden.*			3 (3)
	Insgesamt 22 BWE	6	13	3

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

Brettspiel (22 Punkte)

Schüler einer 10. Klasse erfanden folgendes Glücksspiel:
Jeder Spieler wählt sich einen Spielstein und setzt diesen auf das Startfeld (siehe nebenstehende Skizze).

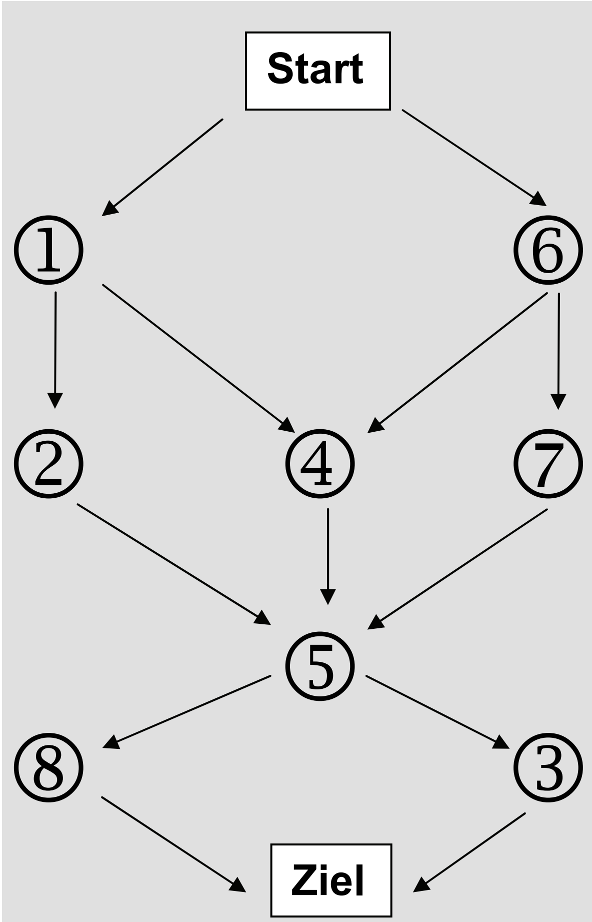
Wenn ein Spieler an der Reihe ist, kann er – wenn er Glück hat – in Pfeilrichtung ein Feld Richtung Ziel weiterkommen.

Welchen Weg er dabei plant, ist ihm freigestellt.

Er darf nur weiterziehen, wenn er zuvor mit zwei Spielwürfeln (rot und weiß) die zugehörige „Glücksaufgabe“ erfüllt hat (siehe Anlage 1).

Wenn dies nicht gelingt, muss man auf dem Feld stehen bleiben und es in der nächsten Runde erneut versuchen.

Die beiden Würfel werden zusammen geworfen. Wer als Erster das Ziel erreicht, hat gewonnen.



a) Gib zwei verschiedene Wege auf dem Spielbrett an, wie man ins Ziel gelangen kann, indem du die zugehörigen Aufgabenfelder der Reihe nach benennst.

b) Bestimme die Anzahl **aller** möglichen Wege, die zum Ziel führen.

c) Begründe, welche der 8 „Glücksaufgaben“ (siehe Anlage 1) am leichtesten zu erfüllen ist, und bestimme deren Wahrscheinlichkeit. Fülle dazu die Tabellen auf dem Anlageblatt 2 aus. Für die Glücksaufgabe (1) ist die Tabelle bereits ausgefüllt.
Hinweis: Anlage 3 enthält eine Übersicht über die Augensummen beim Werfen zweier Würfel.

d) Unter den „Glücksaufgaben“ gibt es Ereignisse und dazu passende Gegenereignisse. Gib unter den „Glücksaufgaben“ drei Beispiele für solche Ereignisse und ihre Gegenergeignisse an und bestimme jeweils die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten. Verwende dazu die Tabelle auf Anlage 3.

e) Ein Spieler ist schon 4 Runden auf dem Startfeld stehen geblieben. Er behauptet: „Jetzt ist es aber sehr wahrscheinlich, dass bei meinem nächsten Wurf eine 6 kommt, nachdem ich nun schon vier mal aussetzen musste.“ Beurteile seine Behauptung.

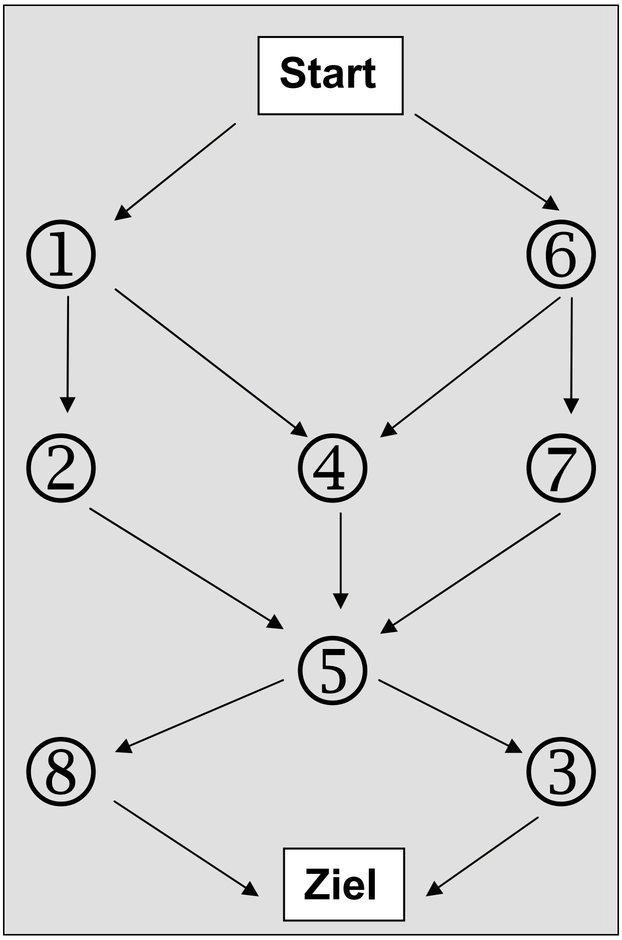
f) Gib begründet den Weg an, auf dem man die größten Siegeschancen hat.

Anlage 1 zur Aufgabe „Brettspiel"

Spielmaterial

Spielsteine in verschiedener Farbe (nach Anzahl der Mitspieler), Spielbrett (s. u.), 2 Spielwürfel (rot und weiß)

Spielbrett:



Regeln:

Zwei Würfel werden geworfen.

Für das Weiterkommen von den Feldern müssen folgende Glücksaufgaben erfüllt werden:

Glücksaufgaben

(Start): Würfle mindestens eine 6!

(1): Würfle mindestens eine ungerade Zahl!

(2): Würfle eine Augensumme, die größer als 6 ist!

(3): Würfle zwei verschiedene Zahlen!

(4): Würfle die Augensumme 5 oder 7!

(5): Würfle eine gerade Augensumme!

(6): Würfle zwei gerade Zahlen!

(7): Würfle eine Augensumme, die kleiner als 7 ist!

(8): Würfle zwei gleiche Zahlen!

Anlage 2 zur Aufgabe „Brettspiel“, Teilaufgabe c)

Name: ______________________________ **Klasse:** __________

<u>Glücksaufgabe (1)</u>

Würfle mindestens eine ungerade Zahl.

weißer Würfel

roter Würfel

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	x	x	x	x	x	x
⚁	x		x		x	
⚂	x	x	x	x	x	x
⚃	x		x		x	
⚄	x	x	x	x	x	x
⚅	x		x		x	

<u>Glücksaufgabe (2)</u>

Würfle eine Augensumme, die größer als 6 ist.

weißer Würfel

roter Würfel

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀						
⚁						
⚂						
⚃						
⚄						
⚅						

<u>Glücksaufgabe (3)</u>

Würfle zwei verschiedene Zahlen.

weißer Würfel

roter Würfel

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀						
⚁						
⚂						
⚃						
⚄						
⚅						

<u>Glücksaufgabe (4)</u>

Würfle die Augensumme 5 oder 7.

weißer Würfel

roter Würfel

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀						
⚁						
⚂						
⚃						
⚄						
⚅						

<u>Glücksaufgabe (5)</u>

Würfle eine gerade Augensumme.

weißer Würfel

roter Würfel

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀						
⚁						
⚂						
⚃						
⚄						
⚅						

<u>Glücksaufgabe (6)</u>

Würfle zwei gerade Zahlen.

weißer Würfel

roter Würfel

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀						
⚁						
⚂						
⚃						
⚄						
⚅						

<u>Glücksaufgabe (7)</u>

Würfle eine Augensumme, die kleiner als 7 ist!

weißer Würfel

roter Würfel

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀						
⚁						
⚂						
⚃						
⚄						
⚅						

<u>Glücksaufgabe (8)</u>

Würfle zwei gleiche Augenzahlen.

weißer Würfel

roter Würfel

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀						
⚁						
⚂						
⚃						
⚄						
⚅						

Anlage 3 zur Aufgabe „Brettspiel“

Name: ____ **Klasse:** ___________

Übersicht über die Augensummen beim Werfen zweier Würfel:

		weißer Würfel					
		⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
roter Würfel	⚀	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
	⚁	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
	⚂	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
	⚃	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
	⚄	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
	⚅	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**

Tabelle zur Lösung von Aufgabe d):

Ereignis	Wahrscheinlichkeit des Ereignisses	Gegenereignis	Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>z.B. Start – (1) – (4) – (5) – (3) – Ziel; Start – (6) – (7) – (5) – (8) – Ziel.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Start – (1) – (2) – (5) – (3) – Ziel
Start – (1) – (2) – (5) – (8) – Ziel
Start – (1) – (4) – (5) – (3) – Ziel
Start – (1) – (4) – (5) – (8) – Ziel
Start – (6) – (7) – (5) – (3) – Ziel
Start – (6) – (7) – (5) – (8) – Ziel
Start – (6) – (4) – (5) – (3) – Ziel
Start – (6) – (4) – (5) – (8) – Ziel
Es gibt also 8 mögliche Spielwege.
Ein anderer Lösungsweg ist natürlich auch mit Hilfe eines Baumdiagramms möglich, das ebenfalls 8 mögliche Spielwege aufzeigt.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$p(1)=\frac{27}{36}=75\,\%$ (bereits gelöst) $p(5)=\frac{18}{36}=50\,\%$
$p(2)=\frac{21}{36}\approx 58{,}3\,\%$ $p(6)=\frac{9}{36}=25\,\%$
$p(3)=\frac{30}{36}\approx 83{,}3\,\%$ $p(7)=\frac{15}{36}\approx 41{,}7\,\%$
$p(4)=\frac{10}{36}\approx 27{,}8\,\%$ $p(8)=\frac{6}{36}\approx 16{,}7\,\%$
Am leichtesten geht es also vom Feld (3) weiter, denn mit einem Wurf hat man eine Chance von 30/36 bzw. 83,3 %. Die Wahrscheinlichkeiten für die anderen Felder sind deutlich geringer.</td><td></td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Ereignis und Gegenereignis:
<table>
<tr><th>Ereignis</th><th>Wahrscheinlichkeit des Ereignisses</th><th>Gegenereignis</th><th>Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses</th></tr>
<tr><td>Würfle mindestens eine ungerade Zahl!</td><td>$\frac{27}{36}$</td><td>Würfle zwei gerade Zahlen!</td><td>$\frac{9}{36}$</td></tr>
<tr><td>Würfle eine Augensumme, die größer als 6 ist!</td><td>$\frac{21}{36}$</td><td>Würfle eine Augensumme, die kleiner als 7 ist!</td><td>$\frac{15}{36}$</td></tr>
<tr><td>Würfle zwei verschiedene Zahlen!</td><td>$\frac{30}{36}$</td><td>Würfle zwei gleiche Zahlen!</td><td>$\frac{6}{36}$</td></tr>
</table></td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Bei jedem Wurf hat der Spieler die gleiche Wahrscheinlichkeit, mindestens eine „6“ zu würfeln, deshalb ist die Wahrscheinlichkeit, bei einem 5. Wurf weiter zu rücken, nicht größer – aber auch nicht kleiner – als zuvor. Der Spieler irrt also.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	Der Weg (Start) - (1) - (2) - (5) - (3) ist gegenüber allen anderen Wegen der Weg mit den größten Siegchancen, denn in der 1. Stufe ist die Erfüllung von (1) wahrscheinlicher als (6), in der 2. Stufe die Erfüllung von (2) wahrscheinlicher als (4) oder (7) und in der letzten Stufe ist die Erfüllung von (3) wahrscheinlicher als (8).			4
	Insgesamt 22 BWE	5	13	4