Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss

Schuljahr 2007/2008

28. Mai 2008

Mathematik

Gesamtschulen und Realschulen

Aufgabensatz – HAUPTTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V).**
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält beide Prüfungsteile in die Hand. Zunächst ist der erste Prüfungsteil (Aufgabe I) ohne Taschenrechnerunterstützung und auf den Arbeitsblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der Aufgabe I seinen Taschenrechner und bearbeitet die restlichen Aufgaben.
- ist verpflichtet, die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden in kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2008 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ➔	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ➔
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)			
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
						Summe der BWE ➔	

Bewertungstext

Note ➔	

Realschulabschlussprüfung 2008 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ➔	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ➔
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)			
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
						Summe der BWE ➔	

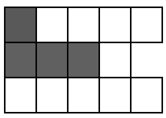
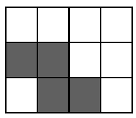
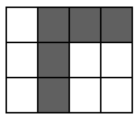
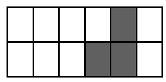
Bewertungstext

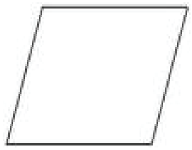
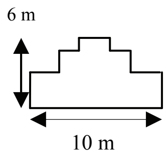
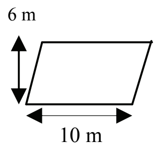
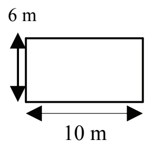
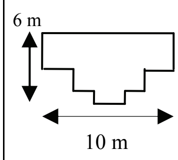
Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

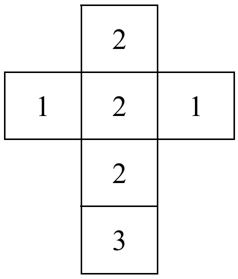
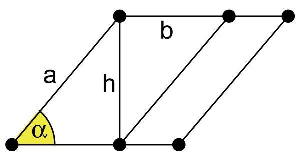
Name: ________________________________ Klasse: __________

Aufgabe I – ohne Taschenrechner

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (25 P)

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	$98{,}04 \cdot 0{,}01 =$	980,04	9,804	9,840	0,9804	
b)	2 ml =	0,2 *l*	0,02 *l*	0,002 *l*	0,0002 *l*	
c)	3,208 t =	32,08 kg	320,8 kg	3 208 kg	32 080 kg	
d)	Bei welcher Figur ist der größte Bruchteil schwarz eingefärbt?					
e)	Bestimme die Zahl, die in die Leerstelle geschrieben werden muss: $23 \cdot 4 = \_\_\_ \cdot 8$	11	11,5	12	46	
f)	$\frac{3}{20} =$	15 %	20 %	23 %	25 %	
g)	Ein ICE fährt um 6.57 Uhr in Hamburg ab und erreicht München um 12.03 Uhr. Seine Fahrzeit beträgt	6 h 6 min	6 h 54 min	5 h 6 min	5 h 54 min	
h)	Das heutige Datum ist der 26. Mai. Heute in drei Wochen ist der	15. Juni	9. Juni	17. Juni	16. Juni	
i)	20 % von 600 € sind	120 €	12 €	150 €	200 €	
j)	15 % der Schüler einer Schule kommen mit dem Bus zur Schule, das sind 90 Schüler. Die Schule hat insgesamt	500 Schüler	600 Schüler	800 Schüler	900 Schüler	
k)	$0{,}1^3 =$	0,03	0,001	0,003	0,01	
l)	2^6 ist <u>nicht</u> gleich	4^3	64^1	64^0	8^2	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
m)	10^6 mm =	1 km	100 m	100 dm	100 mm	
n)	Der Flächeninhalt eines Rechtecks verdoppelt sich, wenn man	eine Seite halbiert und die andere verdoppelt.	beide Seiten verdoppelt.	eine Seite verdoppelt und die andere beibehält.	eine Seite verdreifacht und die andere halbiert	
o)	 Welche der folgenden Aussagen über eine Raute (Rhombus) ist <u>nicht immer</u> richtig?	Die vier Seiten sind gleich lang.	Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander.	Die Diagonalen halbieren sich.	Die Diagonalen sind gleich lang.	
p)	Ein Rechteck hat die Seiten a = 10 cm und b = 6 cm. Dazu flächeninhaltsgleich ist ein Dreieck ABC mit	a = 10 cm, h_a = 6 cm	b = 14 cm, h_b = 7 cm	c = 12 cm, h_c = 10 cm	a = 10 cm, b = 6 cm, $\gamma = 90°$	
q)	Addiert man zu einer Zahl 4 und quadriert diese Summe, so erhält man 144. Die Zahl heißt	10	12	8	6	
r)	Welche Zahl ist die kleinste?	$2{,}4 \cdot 10^{-5}$	$0{,}00024$	$2{,}4 \cdot 10^{-3}$	$0{,}024$	
s)	Welche Figur hat <u>nicht</u> einen Umfang von 32 m?					
t)	In einer Urne befinden sich 4 Plättchen. Sie haben jeweils einen Buchstaben, **A**, **E**, **N** und **R**. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „**ARNE**“ gebildet wird?	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{24}$	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
u)	Zwei faire übliche Spielwürfel werden gleichzeitig geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleiche Augenzahlen (ein „Pasch“) geworfen werden?	$\frac{6}{36}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{6}$	
v)	Ein fairer Würfel mit diesem Netz  hat die Wahrscheinlichkeiten:	$p(1)=\frac{1}{3}$ $p(2)=\frac{1}{2}$ $p(3)=\frac{1}{6}$	$p(1)=\frac{1}{2}$ $p(2)=\frac{3}{3}$ $p(3)=\frac{1}{5}$	$p(1)=\frac{1}{6}$ $p(2)=\frac{1}{6}$ $p(3)=\frac{1}{6}$	$p(1)=\frac{1}{3}$ $p(2)=\frac{1}{3}$ $p(3)=\frac{1}{3}$	
w)	Wie viele Münzen (1 ct, 2 ct, 5 ct, 10 ct, 20 ct) braucht man mindestens, um 48 ct passend zu bezahlen? *(Hinweis: Nicht jeder Münzwert muss verwendet werden.)*	7	6	5	4	
x)	$\frac{1}{x^3}=-125$ hat die Lösung	$x=-5$	$x=-0{,}5$	$x=-\frac{1}{5}$	$x=\frac{1}{5}$	
y)	 sin α =	$\frac{a}{h}$	$\frac{h}{a}$	$\frac{h}{b}$	$\frac{b}{h}$	

2. Ein gedopter Sportler wird einem Dopingtest unterzogen. Der Test erkennt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,9 , dass dieser Sportler gedopt ist.
Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Test <u>nicht</u> erkennt, dass der Sportler gedopt ist. (2 P)

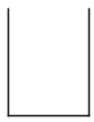
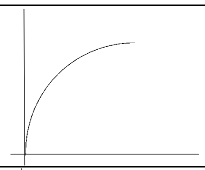
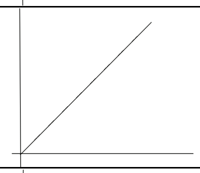
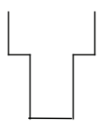
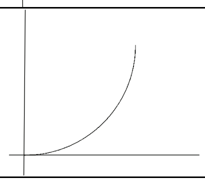
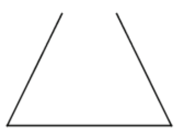
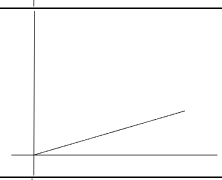
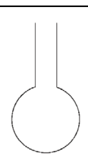
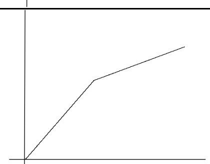
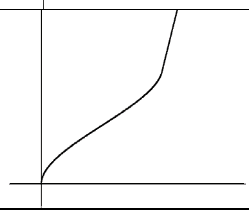
____

3. Gib eine quadratische Gleichung mit folgenden Lösungen an: $x_1 = 5$ und $x_2 = -3$.

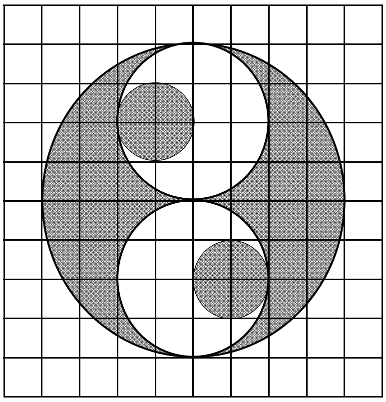
____

____ (2 P)

4. Du siehst links Gefäße und rechts mit Buchstaben gekennzeichnete zugehörige Füllgraphen.
Leider passt in keiner Zeile der Füllgraph zu dem Gefäß.
Stelle die möglichen Zuordnungen her, indem du in jeder Zeile den Buchstaben des zum Gefäß passenden Füllgraphen in das Kästchen schreibst. (3 P)

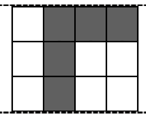
	→ □		**A**
	→ □		**B**
	→ □		**C**
	→ □		**D**
	→ □		**E**
	→ □		**F**

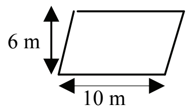
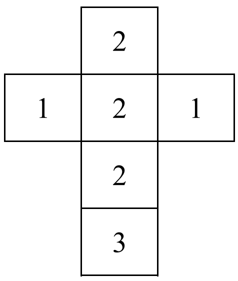
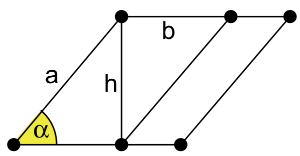
5. Bestimme den Flächeninhalt der dunkel gezeichneten Fläche. (2 P)
   1 Kästchen entspricht 1 cm^2.



Hinweis: Gib den Flächeninhalt als Vielfaches von π an.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
a)	$98{,}04 \cdot 0{,}01 =$	0,9804	**D**	1		
b)	2 ml =	0,002 *l*	**C**	1		
c)	3,208 t =	3208 kg	**C**	1		
d)	Bei welcher Figur ist der größte Bruchteil schwarz eingefärbt?		**C**	1		
e)	Bestimme die Zahl, die in die Leerstelle geschrieben werden muss: $23 \cdot 4 = \_\_\_ \cdot 8$	11,5	**B**	1		
f)	$\frac{3}{20} =$	15%	**A**	1		
g)	Ein ICE fährt um 6.57 Uhr in Hamburg ab und erreicht München um 12.03 Uhr. Seine Fahrzeit beträgt	5 h 6 min	**C**	1		
h)	Das heutige Datum ist der 26. Mai. Heute in drei Wochen ist der	16. Juni	**D**	1		
i)	20 % von 600 € sind	120 €	**A**		1	
j)	15 % der Schüler einer Schule kommen mit dem Bus zur Schule, das sind 90 Schüler. Die Schule hat insgesamt	600 Schüler	**B**		1	
k)	$0{,}1^3 =$	0,001	**B**		1	
l)	2^6 ist <u>nicht</u>	64^0	**C**		1	
m)	10^6 mm =	1 km	**A**		1	
n)	Der Flächeninhalt eines Rechtecks verdoppelt sich, wenn man	Eine Seite verdoppelt, die andere beibehält.	**C**		1	
o)	Welche der folgenden Aussagen ist für eine Raute (Rhombus) <u>nicht immer</u> richtig?	Die Diagonalen sind gleich lang.	**D**		1	
p)	Ein Rechteck hat die Seiten *a* = 10 cm und *b* = 6 cm. Dazu flächeninhaltsgleich ist ein Dreieck *ABC* mit	$c = 12\,cm$, $h_c = 10\,cm$	**C**		1	

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
q)	Addiert man zu einer Zahl 4 und quadriert diese Summe, so erhält man 144. Die Zahl heißt	8	**C**		1	
r)	Welche Zahl ist die kleinste?	$2{,}4 \cdot 10^{-5}$	**A**		1	
s)	Welche Figur hat nicht einen Umfang von 32 m?		**B**		1	
t)	In einer Urne befinden sich 4 Plättchen. Sie haben jeweils einen Buchstaben, A, E, N und R. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „**ARNE**“ gebildet wird?	$\frac{1}{24}$	**D**		1	
u)	Zwei faire übliche Spielwürfel werden gleichzeitig geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleiche Augenzahlen (ein „Pasch“) geworfen werden?	$\frac{6}{36}$	**A**		1	
v)	Ein fairer Würfel mit diesem Netz  hat die Wahrscheinlichkeiten:	$p(1)=\frac{1}{3}$ $p(2)=\frac{1}{2}$ $p(3)=\frac{1}{6}$	**A**		1	
w)	48 ct lassen sich mit folgender Mindestanzahl von Münzen (1 ct, 2 ct, 5 ct, 10 ct, 20 ct) bezahlen: $2 \cdot 20\text{ct} + 1 \cdot 5\text{ct} + 1 \cdot 2\text{ct} + 1 \cdot 1\text{ct}$.	5	**C**			1
x)	$\frac{1}{x^3} = -125$ hat die Lösung	$-\frac{1}{5}$	**C**			1
y)	 sin α =	$\frac{h}{a}$	**B**			1

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	a) p(Nichterkennen) = 1 – p(Erkennen) = 1 – 0,9 = 0,1 oder 10 %.		2	
3.	z.B. $\left(x-5\right)\cdot\left(x+3\right)=0$		2	
4.	Als Lösung ergibt sich folgende Buchstabenreihenfolge: D, A, E, C, F, B. Pro richtiger Zuordnung 0,5 P.		3	
5.	Der dunkel gezeichnete Flächenanteil beträgt $\left(16\pi-4\pi-4\pi+1\pi+1\pi\right)\text{cm}^2=10\pi\ \text{cm}^2$.			2
	Insgesamt 34 BWE	8	21	5

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

Staatsverschuldung

Material 1:
Der Gesamtschuldenstand der Bundesrepublik Deutschland hat am Ende des Jahres 2007 einen Betrag von 1 504 Milliarden (Mrd.) Euro erreicht. Von den angegebenen Schulden in Höhe von 1 504 Mrd. € haben der Bund 917,44 Mrd. €, die Länder 391,04 Mrd. €, die Stadtstaaten 105,28 Mrd. € und die Gemeinden 90,24 Mrd. € Schulden.

Material 2:
In der Hauptstadt Berlin hat der Bund der Steuerzahler eine Schuldenuhr eingerichtet. Sie zeigt den Schuldenzuwachs der Bundesrepublik Deutschland pro Sekunde an. Im Jahre 2007 betrug der Schuldenzuwachs 539 € pro Sekunde.

Im Januar 2008 ist diese Schuldenuhr in Berlin umgestellt worden. In diesem Jahre soll der Schuldenberg nur um 474 € pro Sekunde wachsen.

Damit die Staatsverschuldung nicht weiter ansteigt, müssen die aufgenommenen Kredite auch getilgt werden. Der Bund der Steuerzahler versucht durch Fallbeispiele zu verdeutlichen, wie stark der einzelne Bürger von der Verschuldung betroffen ist.

a) Berechne, welcher Betrag in € auf jeden der 82,5 Millionen Einwohner der Bundesrepublik Deutschland entfallen würde, wenn man den Schuldenstand von 1 504 Mrd. € gleichmäßig auf alle Einwohner verteilte. (2 P)

b) Berechne, wie viel <u>neue</u> Schulden im Jahre 2007 gemacht wurden (Material 2). (2 P)

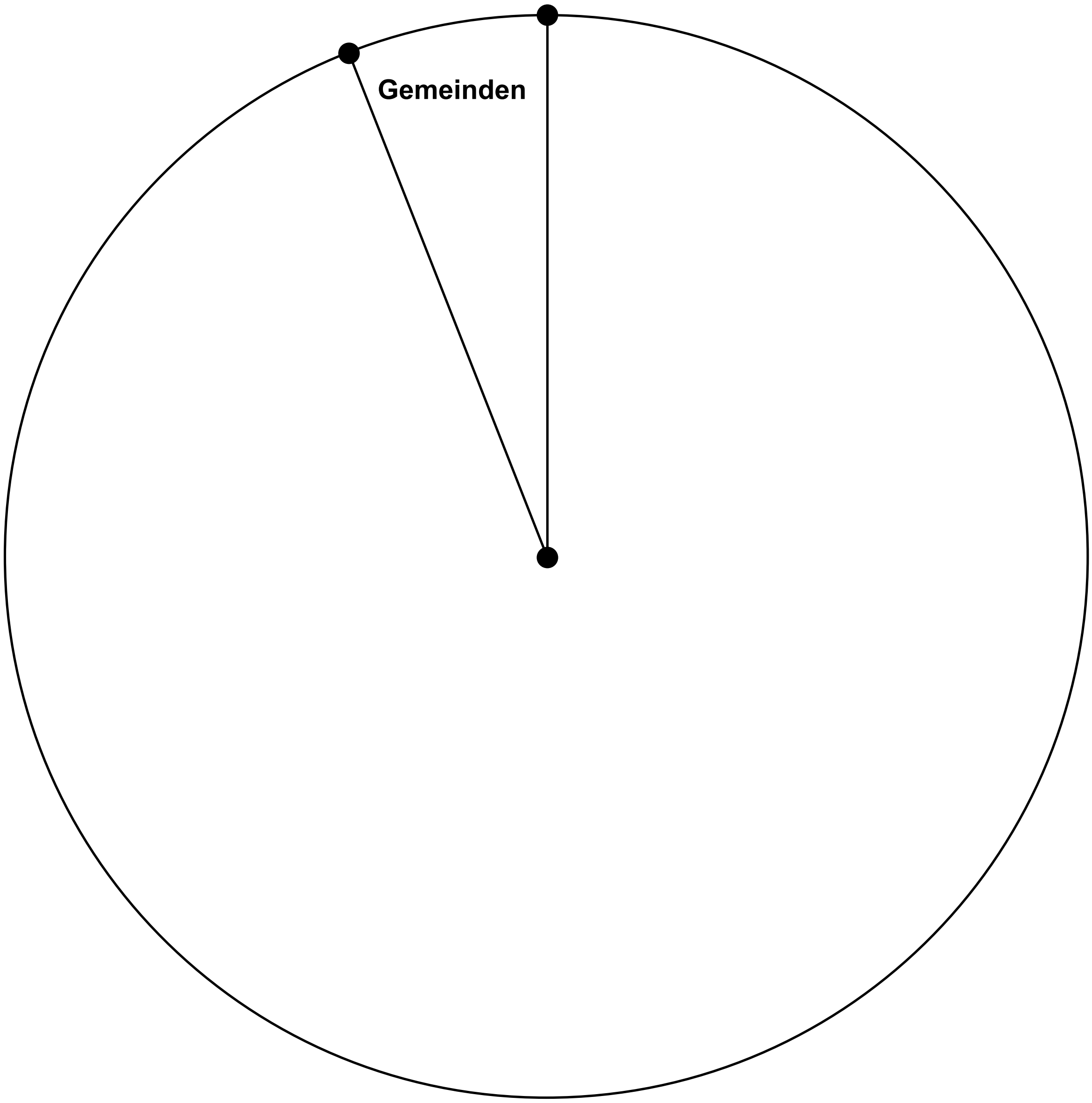
c) Bestimme, wie viel % weniger neue Schulden in 2008 gegenüber 2007 gemacht werden sollen (Material 2). (3 P)

d) Vervollständige das Kreisdiagramm in der Anlage, das die Anteile der einzelnen Institutionen (Bund, Länder, Stadtstaaten und Gemeinden) an den Schulden wiedergibt (Material 1). (7 P)

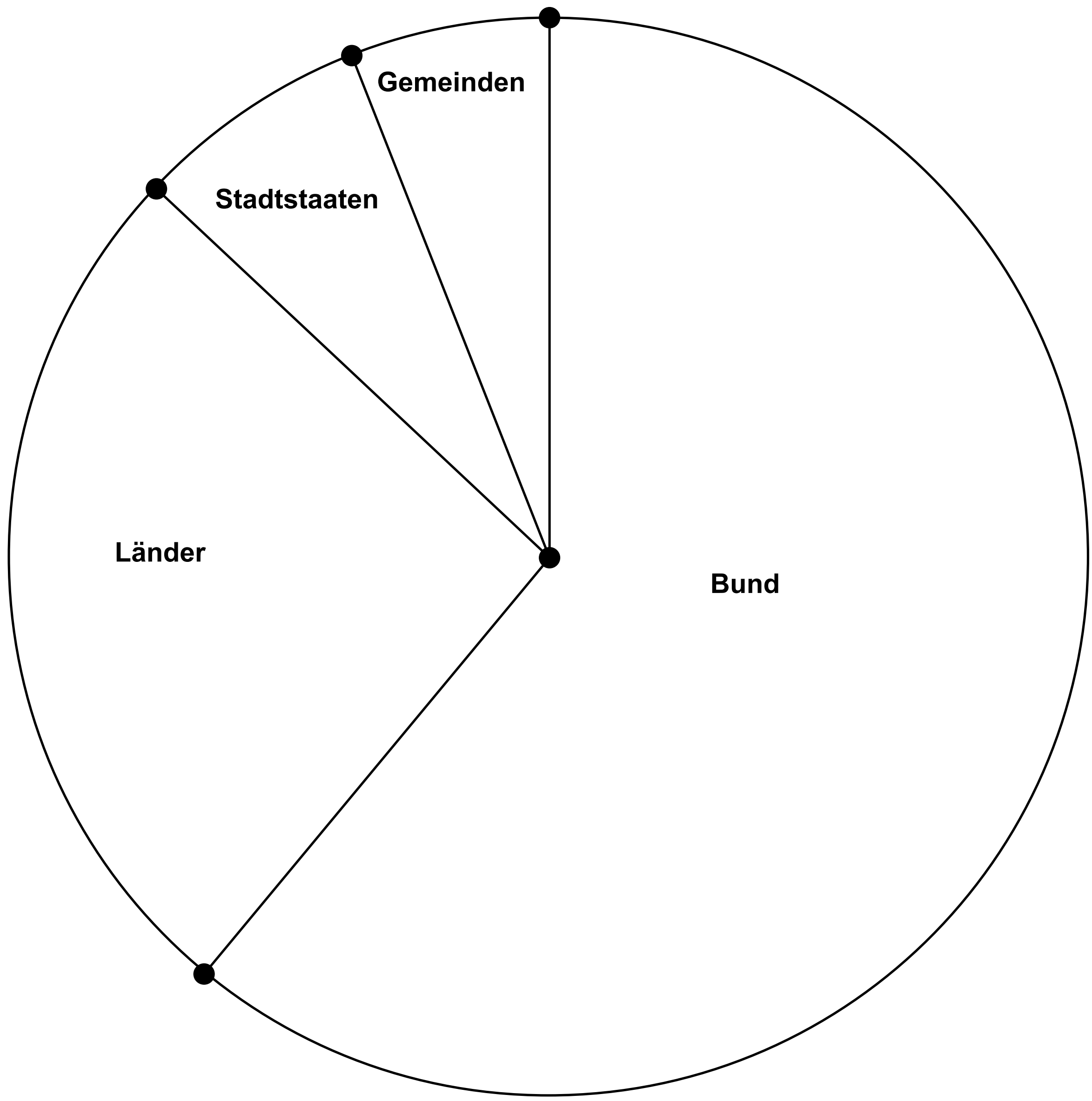
e) Pauls Vater meint: „Bei Schuldzinsen von jährlich 4,5 % müsste ich 20 Jahre jährlich 800 € zurückzahlen, um meinen Schuldenanteil los zu werden.“
Begründe, warum Pauls Vater sich damit verrechnet hat. (3 P)

f) Paul, 16 Jahre alt, meint: „Der Schuldenberg wuchs im Jahre 2007 um etwa 1,13 %.
Wenn das so weitergeht, dann könnte ich noch erleben, wie er doppelt so groß ist.“
Überprüfe und beurteile Pauls Aussage. (5 P)

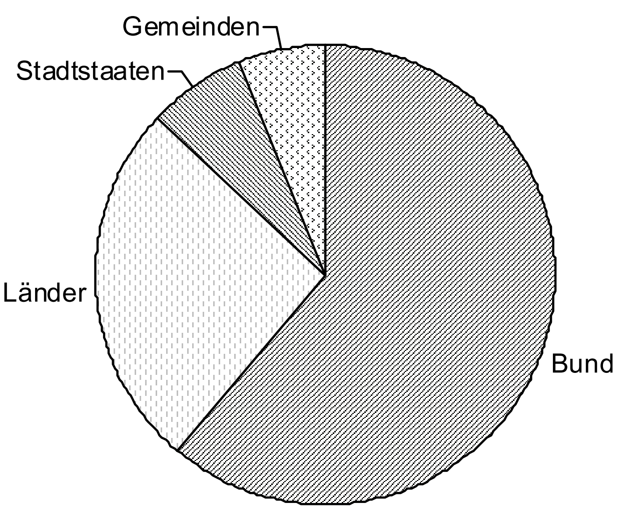
Anlage zur Aufgabe „Staatsverschuldung“



Anlage zur Aufgabe „Staatsverschuldung“ – <u>Lehrerexemplar!</u>



Erwartungshorizont

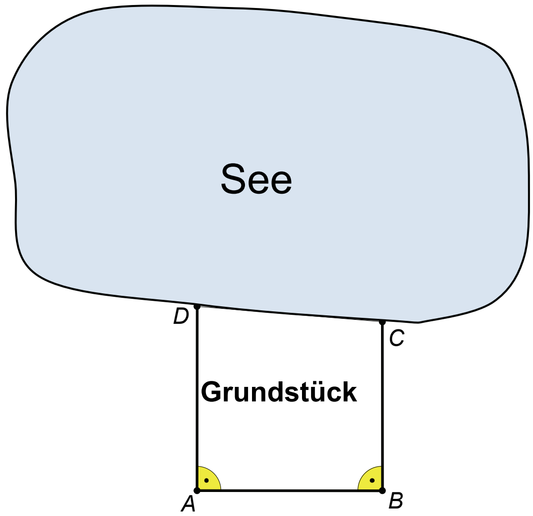
<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Schulden pro Einwohner:
$1\,504\,000\,000\,000 : 82\,500\,000 = 18230{,}30\ldots$.
Auf jeden Einwohner der Bundesrepublik Deutschland entfielen ungefähr 18 230 Euro.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 539 = 16\,997\,904\,000$.
Im Jahre 2007 wuchs der Schuldenberg um fast 17 Milliarden Euro an.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$\frac{539-474}{539} = 0{,}1205\ldots$
In 2008 soll das Schuldenwachstum um ca. 12 % gegenüber 2007 sinken.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Anteil der Gemeinden ist bereits dargestellt: $360° \cdot \frac{90,24}{1504} = 21,6°$.
Anteil des Bundes: $360° \cdot \frac{917,44}{1504} = 219,6°$.
Anteil der Länder: $360° \cdot \frac{391,04}{1504} = 93,6°$.
Anteil der Stadtstaaten: $360° \cdot \frac{105,28}{1504} = 25,2°$.


Toleranz für das Zeichnen: $\pm 1°$, sonst Punktabzug.</td><td>1
1
1</td><td>4</td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Es gibt mehrere Möglichkeiten: 18 230,30 € kosten bei 4,5 % Zinsen jährlich $18\,230{,}30\text{ €} \cdot \frac{4{,}5}{100} \approx 820{,}36\text{ €}$, und das ist mehr, als Pauls Vater jährlich aufbringen wollte. Nach seinem Vorschlag wird er die Schulden nie los, im Gegenteil, sie werden jährlich größer.		2	1
f)	Der Schuldenzuwachs in 2007 entspricht einem Zuwachs von $\frac{16\,997\,904\,000}{1\,504\,000\,000\,000} = 0{,}0113... \approx 1{,}13\,\%$. Nach der Zinseszinsformel gilt: $k_n = k \cdot q^n$ und eingesetzt: $2 \cdot k = k \cdot q^n$ $1{,}0113^n = 2$. Lösung durch Probieren mit dem Taschenrechner: $1{,}0113^{50} = 1{,}753...$ $1{,}0113^{60} = 1{,}962...$ $1{,}0113^{62} = 2{,}007...$ $1{,}0113^{61} = 1{,}984...$ oder durch Logarithmieren (falls im Unterricht behandelt): $n = \frac{\lg 2}{\lg 1{,}0113} = 61{,}68...$. Nach 62 Jahren hat sich die Staatsverschuldung mehr als verdoppelt, und dies ist durchaus im Rahmen von Pauls Lebenserwartung.		2	3
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4

Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Haus am See



Familie Zimmermann erwirbt ein trapezförmiges Grundstück an einem See (siehe nebenstehende nicht maßstabsgetreue Skizze) für 114 750 €.
Dem Kaufvertrag können die folgenden Seitenlängen des Grundstücks entnommen werden:

$|AD| = 40\,\text{m}$,

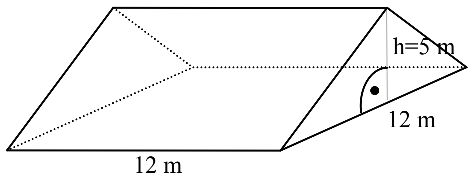
$|BC| = 35\,\text{m}$,

$|AB| = 36\,\text{m}$.

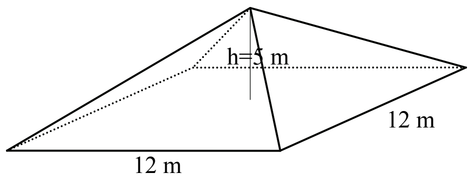
a) Berechne den Grundstückspreis pro m^2, den die Familie bezahlen musste. (3 P)

b) Auf dem Grundstück soll ein Haus mit quadratischer Grundfläche und der Seitenlänge 12 m gebaut werden. Berechne den Flächenanteil des Hauses am Grundstück. (3 P)

c) Der Architekt schlägt zwei Dachformen zur Wahl vor: Satteldach oder Zeltdach.



Satteldach



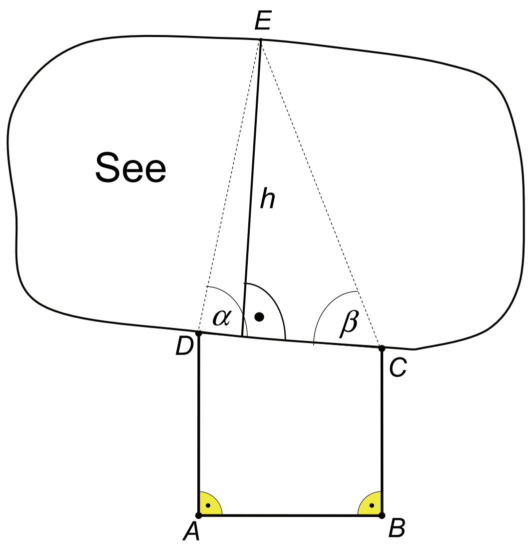
Zeltdach

Vergleiche die Größen der Dachflächen beider Dächer miteinander. (5 P)

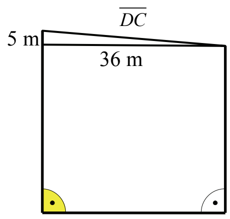
d) Für das Legen der Dachziegel wird eine Mindestneigung des Daches von 14° vorgeschrieben. Bestätige durch Rechnung, dass diese Bedingung bei beiden Dächern eingehalten wird. (5 P)

e) Von den Eckpunkten D und C des Grundstücks (siehe nebenstehende nicht maßstabsgetreue Zeichnung) wird der Punkt E am gegenüberliegenden Seeufer unter folgenden Winkeln angepeilt: $\alpha = 83°$ und $\beta = 77°$. (6 P)

Zeige, dass der See ungefähr 100 m breit ist.
Hinweis: Berechne dazu die Länge der Höhe h auf der Strecke $\overline{CD}$.



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Zur Berechnung des Quadratmeterpreises ist zunächst die Größe des Grundstücks zu bestimmen. Nach der Flächenformel für das Trapez gilt: $A = \frac{40+35}{2} \cdot 36 = 1\,350$. $114\,750 : 1\,350 = 85$. Die Familie muss 85 € pro m^2 bezahlen.	3		
b)	Das Haus hat eine Grundfläche von $12 \cdot 12\ m^2 = 144\ m^2$. Flächenanteil am Grundstück: $\frac{144}{1\,350} = 0{,}106...$. Der Flächenanteil beträgt ca. 11 %.	3		
c)	Fläche des Satteldaches: $A_S = 2 \cdot 12 \cdot b$ $b^2 = 6^2 + 5^2 \;\Rightarrow\; b = \sqrt{61} = 7{,}810...$ $A_S = 187{,}44...$ Fläche des Zeltdaches: $A_Z = 4 \cdot \frac{12 \cdot h_s}{2} = 24 \cdot h_s$ $h_s^2 = 6^2 + 5^2 \;\Rightarrow\; h_s = \sqrt{61} = 7{,}810...$ $A_Z = 187{,}44...$ Die Dachflächen haben den gleichen Flächeninhalt.		1 1 1 1 1	
d)	Für die Neigung des Satteldachs gilt: $\tan\alpha = \frac{5}{6} \;\Rightarrow\; \alpha \approx 39{,}8°$. Für die Neigung der Teilflächen beim Zeltdach gilt ebenfalls $\tan\alpha = \frac{5}{6}$. Die vorgeschriebene Mindestneigung wird also in beiden Fällen eingehalten.		2 2 1	
e)	Für die Länge der Strecke $\overline{DC}$ gilt: $\lvert DC\rvert^2 = 36^2 + (40-35)^2$ $\lvert DC\rvert = \sqrt{1\,321} = 36{,}345...$ Der dritte Winkel im Dreieck DCE beträgt nach dem Winkelsummensatz: $\gamma = 180° - 77° - 83° = 20°$.  			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Die Seebreite entspricht der Dreieckshöhe auf die Strecke $\overline{DC}$. Mit dem Sinussatz wird zunächst eine der beiden Streckenlängen $\lvert DE \rvert$ oder $\lvert CE \rvert$ berechnet: Länge der Strecke $\overline{DE}$: $\frac{\lvert DE \rvert}{\sin 77°} = \frac{\lvert DC \rvert}{\sin 20°} \Rightarrow \lvert DE \rvert = \frac{\lvert DC \rvert \cdot \sin 77°}{\sin 20°} = 103{,}54...$. Berechnung der Höhe auf der Strecke $\overline{DC}$: $\sin 83° = \frac{h}{\lvert DE \rvert} \Rightarrow h = \lvert DE \rvert \cdot \sin 83° = 102{,}77...$. Der See ist auf Höhe des Grundstücks tatsächlich etwas mehr als 100 m breit.		2	4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

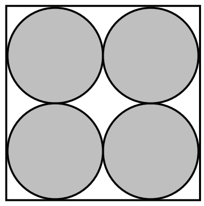
Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Rund um das Golfspiel

Nach den internationalen Golfregeln muss ein Golfball einen Durchmesser von mindestens 42,67 mm haben. Sein Gewicht darf höchstens 45,93 Gramm betragen.

a) Bestätige durch Rechnung, dass eine Schachtel mit 6 Golfbällen mit den oben genannten Abmessungen (siehe nebenstehende Abbildung) ungefähr 13 cm lang, 9 cm breit und 5 cm hoch ist und ein Gewicht von ca. 300 g hat. (5 P)

b) In einer <u>anderen</u> Verpackung werden 4 Golfbälle angeboten (siehe nebenstehende Skizze).

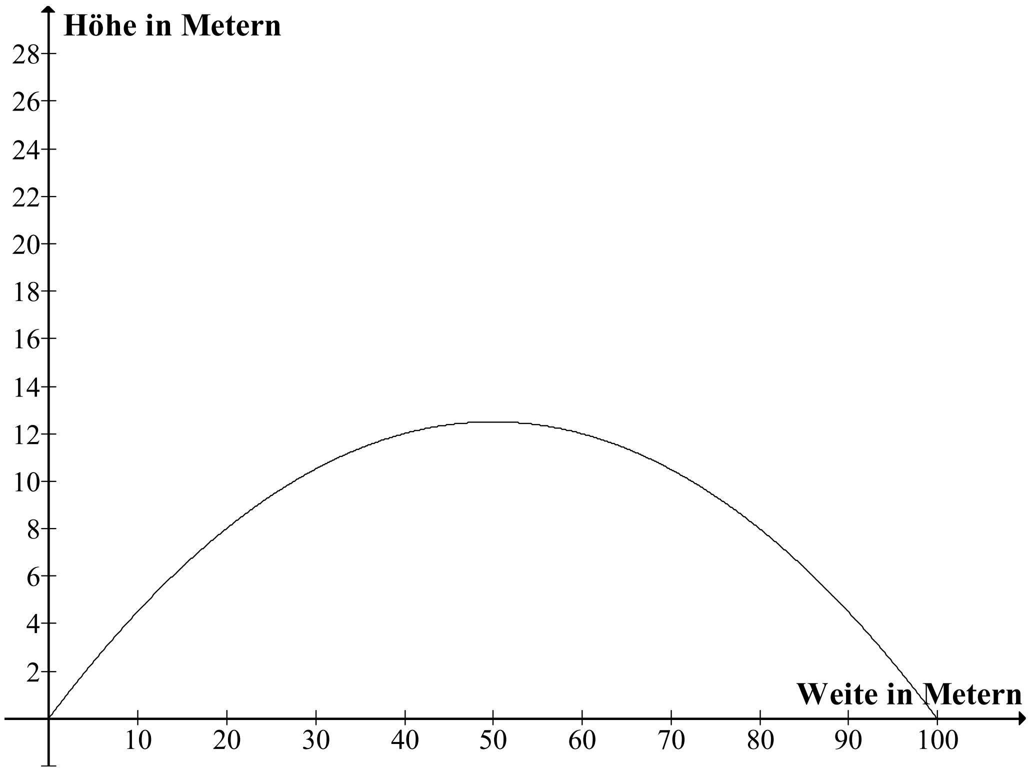


- Berechne die Mindestabmessungen dieser Verpackung.

Wolfgang meint: „Die Bälle füllen mindestens 90 % der Schachtel aus." Renate widerspricht: „90 % ist viel zu viel, die Bälle füllen nur etwas mehr als die Hälfte der Schachtel."

- Entscheide, wer Recht hat. (8 P)

c) Ein guter Golfspieler kann einen Ball über 200 m weit schlagen. Das nachfolgende Schaubild zeigt die parabelförmige Flugbahn eines Balles nach dem Abschlag.



Bestimme, welche der folgenden Funktionsgleichungen die Flugbahn beschreiben könnte:

I. $y = -0{,}005 \cdot x^2 - 0{,}5$ II. $y = 0{,}005 \cdot x^2 + 0{,}5 \cdot x$ III. $y = -0{,}005 \cdot x^2 + 0{,}5 \cdot x$

Begründe, warum die beiden anderen Funktionsgleichungen nicht infrage kommen. (3 P)

d) Die Weite und Höhe der Flugbahn eines Golfballs hängt auch von der Bauweise des Schlägers ab. Ein anderer Schläger führt zur Flugbahn mit folgender Gleichung

$$y = -0{,}0025 \cdot x^2 + 0{,}5 \cdot x \,.$$

- Bestimme, in welcher Entfernung vom Abschlag der Golfball zu Boden geht.
- Bestimme die maximale Höhe, die der Golfball auf seinem Flug erreicht. (6 P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Länge der Schachtel: $42{,}67\text{ mm}\cdot 3 = 128{,}01\text{ mm} \approx 13\text{ cm}$. Breite der Schachtel: $42{,}67\text{ mm}\cdot 2 = 85{,}34\text{ mm} \approx 9\text{ cm}$. Höhe der Schachtel: $42{,}67\text{ mm} \approx 5\text{ cm}$. Gewicht der 6 Golfbälle: $45{,}93\text{ g}\cdot 6 = 275{,}58\text{ g}$. Berücksichtigt man des Gewicht der Verpackung, so kommt man auf den Wert von ca. 300 g. Die im Aufgabentext genannten Werte sind also gute Näherungen.	5		
b)	Mindestlänge und Mindestbreite der Schachtel: $42{,}67\text{ mm}\cdot 2 = 85{,}34\text{ mm}$ (siehe a). Mindesthöhe der Schachtel: $42{,}67\text{ mm}$ (siehe a)	2		
	Volumenanteil der Bälle: (1) der elegante Weg: Volumen der Schachtel: $V_S = 2d\cdot 2d\cdot d = 4d^3 = 32r^3$. Volumen der Bälle: $V_B = 4\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3 = \frac{16}{3}\cdot\pi\cdot r^3$. Anteil der Bälle am Volumen der Schachtel: $\frac{\frac{16}{3}\pi}{32} = \frac{\pi}{6} = 0{,}5235...$ Die Bälle nehmen ca. 52,4 % des Schachtelvolumens ein. (2) über die gegebenen Werte: Volumen der Schachtel: $V_S = 42{,}67\cdot 2\cdot 42{,}67\cdot 2\cdot 42{,}67 = 310\,762{,}008652$. Volumen der Bälle: $V_B = 4\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(\frac{42{,}67}{2}\right)^3 = 162714{,}607...$. Anteil der Bälle am Volumen der Schachtel: $\frac{162\,714{,}607...}{310762{,}008652} = 0{,}5235...$ Die Bälle nehmen ca. 52,4 % des Schachtelvolumens ein.		5	
	Renate hat also Recht.		1	
c)	Gleichung I kommt nicht infrage, da sie zwar eine Parabel beschreibt, die nach unten geöffnet ist, aber nur negative Funktionswerte hat.		1	
	Gleichung II kommt nicht infrage, da sie eine nach oben geöffnete Parabel beschreibt.		1	
	Gleichung III könnte infrage kommen, da hier eine nach unten geöffnete Parabel beschrieben wird, deren eine Nullstelle gleich 0 ist.		1	

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>d)</td><td>

- Die Flugbahn des Balles wird beschrieben durch $y = -0,0025 \cdot x^2 + 0,5 \cdot x$.

  Zur Bestimmung der Flugweite sind die Nullstellen der Parabel zu berechnen.

  $-0,0025 \cdot x^2 + 0,5 \cdot x = 0$
  $x \cdot (-0,0025 \cdot x + 0,5) = 0$
  $x_1 = 0$

  $-0,0025 \cdot x + 0,5 = 0$
  $x_2 = 200$

  Der Ball fliegt 200 m weit.

- Zur Bestimmung der maximalen Flughöhe wird die Symmetrie der Parabel genutzt.

  Der Scheitelpunkt liegt in der Mitte zwischen den Nullstellen, also bei $x = 100$ m.

  Eingesetzt in die Parabelgleichung ergibt sich

  $-0,0025 \cdot 100^2 + 0,5 \cdot 100 = -25 + 50 = 25$.

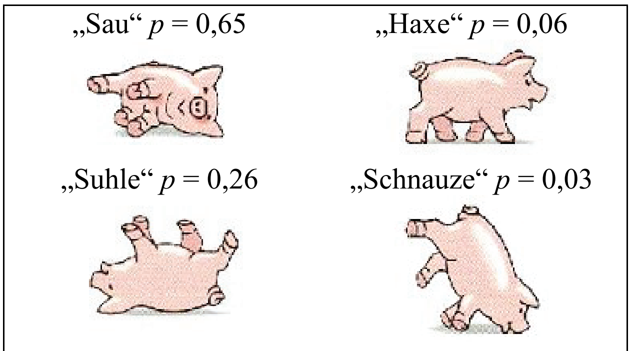
  Der Ball erreicht eine maximale Höhe von 25 m.

</td><td></td><td>3</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>7</td><td>12</td><td>3</td></tr>
</table>

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

„Schweinerei“

Bei dem Spiel „Schweinerei“ würfelt man mit kleinen Gummi-Schweinen anstatt mit Würfeln.
Die Schweine können in unterschiedlicher Lage landen, wie in der nachfolgenden Abbildung dargestellt. Rechts daneben siehst du die Herstellerangaben für die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Lagen.



Wahrscheinlichkeiten für die Lage eines Schweines.

a) Ein Schwein wurde mehrfach getestet. Die Ergebnisse einer Testreihe findest du in folgender Tabelle (hier wurde ein Schwein 2000-mal geworfen):

Lage	„Sau“	„Suhle“	„Haxe“	„Schnauze“	Summe
Absolute Häufigkeit	1288	512	129	71	2000
Relative Häufigkeit					1,0

Berechne die zugehörigen relativen Häufigkeiten und trage sie in die Tabelle in der Anlage ein. (3 P)

b) Die Daten einer zweiten Testreihe sind in vielen Feldern nicht mehr erkennbar:

Lage	„Sau“	„Suhle“	„Haxe“	„Schnauze“	Summe
Absolute Häufigkeit		669	132		
Relative Häufigkeit			0,055	0,0275	

Berechne schrittweise in geeigneter Reihenfolge die fehlenden Daten und trage sie in die Tabelle in der Anlage ein. (4 P)

<u>Hinweis:</u>
Auch die Gesamtzahl der Würfe in der zweiten Tabelle unterscheidet sich von der in der ersten Tabelle.

c) Erläutere, ob die Daten in den beiden Tabellen die Herstellerangaben einigermaßen bestätigen. (3 P)
Hinweis:
Wenn du die zweite Tabelle nicht vervollständigen konntest, dann beziehe dich nur auf die erste Tabelle.

Für die weiteren Aufgabenteile sollen die Herstellerangaben zu Grunde gelegt werden.

d) Ein Schwein wird nacheinander zweimal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass das Schwein beim ersten Mal „auf Schnauze" liegt und beim zweiten Mal nicht. (4 P)

e) Es wird nun **gleichzeitig mit drei** Schweinen geworfen. Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass „mindestens ein Schwein auf Schnauze liegt", ungefähr 8,7 % ist. (4 P)

f) Auf einem Schulfest bietet die Klasse 10a für einen wohltätigen Zweck ein Gewinnspiel an:

Der Einsatz beträgt 1 €. Dann wird mit 3 Schweinen gleichzeitig geworfen.
Der Gewinnplan lautet folgendermaßen:

Ereignis	„alle drei Sau"	„mindestens einmal Schnauze"	„alle drei Suhle"
Auszahlung	2 €	3 €	5 €

Entscheide begründet, ob die Klasse 10a wirklich mit Einnahmen rechnen kann. (4 P)

Hinweis:
$P(\text{„alle drei Sau“}) = 0{,}65^3 \approx 0{,}275 = 27{,}5\,\%$,
$P(\text{„alle drei Suhle“}) = 0{,}26^3 \approx 0{,}018 = 1{,}8\,\%$.

Anlage zur Aufgabe „Schweinerei“

Name: ____ **Klasse:** ________

Tabelle zu Aufgabenteil a)

Lage	„Sau“	„Suhle“	„Haxe“	„Schnauze“	Summe
Absolute Häufigkeit	1288	512	129	71	2000
Relative Häufigkeit					1,0

Tabelle zu Aufgabenteil b)

Lage	„Sau“	„Suhle“	„Haxe“	„Schnauze“	Summe
Absolute Häufigkeit		669	132		
Relative Häufigkeit			0,055	0,0275	

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	<table><tr><td>Lage</td><td>„Sau“</td><td>„Suhle“</td><td>„Haxe“</td><td>„Schnauze“</td><td>Summe</td></tr><tr><td>Absolute Häufigkeit</td><td>1288</td><td>512</td><td>129</td><td>71</td><td>2000</td></tr><tr><td>Relative Häufigkeit</td><td>**0,644**</td><td>**0,256**</td><td>**0,0645**</td><td>**0,0355**</td><td>1</td></tr></table> Man muss nur die Häufigkeiten aus der ersten Zeile durch 2000 teilen.	3		
b)	<table><tr><td>Lage</td><td>„Sau“</td><td>„Suhle“</td><td>„Haxe“</td><td>„Schnauze“</td><td>Summe</td></tr><tr><td>Absolute Häufigkeit</td><td>**1533**</td><td>669</td><td>132</td><td>**66**</td><td>**2400**</td></tr><tr><td>Relative Häufigkeit</td><td>**0,63875**</td><td>**0,27875**</td><td>0,055</td><td>0,0275</td><td>**1**</td></tr></table> <u>Reihenfolge des Vorgehens:</u> Aus den Daten von „Haxe“ erhält man die Gesamtzahl der Würfe: $n = 132 : 0,055 = 2400$. Dann kann man die absolute Häufigkeit für „Schnauze“ bestimmen durch $0,0275 \cdot 2400 = 66$. Dann kann man durch Differenzbildung die absolute Häufigkeit für „Sau“ berechnen: $2400 - 669 - 132 - 66 = 1533$. Die fehlenden relativen Häufigkeiten werden dann wie bei a) berechnet.	2	2	
c)	Die Tabellen zeigen eine ziemlich gute Übereinstimmung mit den Herstellerangaben (Man könnte sie auch noch zusammenfassen zu einer Tabelle, dann wären die Daten noch besser. Gesetz der großen Zahl). Die relativen Häufigkeiten liegen in beiden Tabellen einigermaßen nahe bei den angegebenen Wahrscheinlichkeiten. Die relativen Häufigkeiten sind ja zufällig entstandene Daten, und die Versuchszahlen von nur 2000 bzw. 2400 reichen nicht aus, um eine bessere Näherung zu erwarten/erhoffen. Keinesfalls kann/darf aus diesen Daten geschlossen werden, dass – wegen der Abweichungen der relativen Häufigkeiten von den angegebenen Wahrscheinlichkeiten – die Herstellerangaben nicht zutreffen!		3	
d)	Z.B. mit der Grundvorstellung eines zweistufigen Baumdiagramms erkennt man, dass in diesem genau ein Weg das Ereignis beschreibt. Also P(„erstes Schwein auf Schnauze und zweites Schwein nicht auf Schnauze“) $= 0,03 \cdot (1 - 0,03) = 0,03 \cdot 0,97 = 0,0291 \approx 2,9\%$. Dazu muss man das Baumdiagramm nicht wirklich zeichnen.		4	
e)	Entweder man betrachtet im dreistufigen Baumdiagramm alle Wege, die mindestens einmal Schnauze enthalten, und addiert deren Wahrscheinlichkeiten oder man argumentiert über die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses „Alle vier Schweine liegen nicht auf Schnauze“. Im ersten Fall rechnet man: P(„mindestens ein Schwein liegt auf Schnauze“) = $0,03 + 0,97 \cdot 0,03 + 0,97^2 \cdot 0,03 \approx 8,7\%$.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Im zweiten Fall rechnet man: P(„mindestens ein Schwein liegt auf Schnauze“) $=$ $1-(1-0,03)^3 = 1-0,97^3 \approx 1-0,913 \approx 0,087 = 8,7\,\%$.			4
f)	Der Spielplan lässt sich – unter der Verwendung der Hilfestellung und des Ergebnisses aus e) – um die Zeile der Wahrscheinlichkeiten für die entsprechenden Gewinnereignisse ergänzen: <table><tr><td>Ereignis</td><td>„3-mal Sau“</td><td>„mindestens einmal Schnauze“</td><td>„3-mal Suhle“</td></tr><tr><td>Gewinn</td><td>2 €</td><td>3 €</td><td>5 €</td></tr><tr><td>Wahrscheinlichkeit</td><td>0,275</td><td>0,087</td><td>0,018</td></tr></table> Mit diesen Daten kann man den Erwartungswert des Glücksspiels ausrechnen: $E = 0,275 \cdot 2\text{ €} + 0,087 \cdot 3\text{ €} + 0,0176 \cdot 5\text{ €} \approx 0,9\text{ €}$. Da die Schüler pro Spiel 1 € einnehmen, aber im langfristigen Mittel nur 90 Cent pro Spiel auszahlen müssen, machen sie einen mittleren Gewinn von 10 Cent pro Spiel. *Wird mit dem gerundeten Wert in der Aufgabenstellung gearbeitet (0,018 statt 0,0176) und entsprechend richtig gerechnet, ist die volle Punktzahl zu geben.*		4	
	Insgesamt 22 BWE	5	13	4