Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss

Schuljahr 2008/2009

12. Mai 2009

Mathematik

Realschulen und Gesamtschulen

Aufgabensatz - HAUPTTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V).**
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält beide Prüfungsteile in die Hand. Zunächst ist der erste Prüfungsteil (Aufgabe I) ohne Taschenrechnerunterstützung und auf den Arbeitsblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der Aufgabe I seinen Taschenrechner und bearbeitet die restlichen Aufgaben.
- ist verpflichtet, die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden in kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2009 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)			
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
V	a)	b)	c)	d)	e)		
	Summe der BWE ➔						

Bewertungstext

Note ➔

Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Realschulabschlussprüfung 2009 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)			
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
V	a)	b)	c)	d)	e)		
	Summe der BWE ➔						

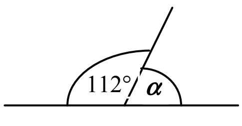
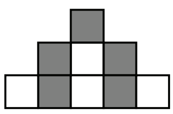
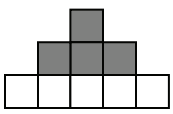
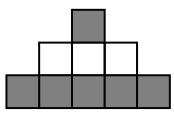
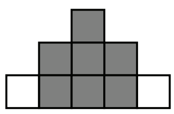
Bewertungstext

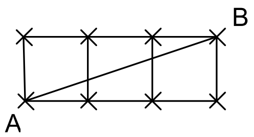
Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

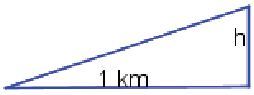
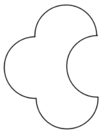
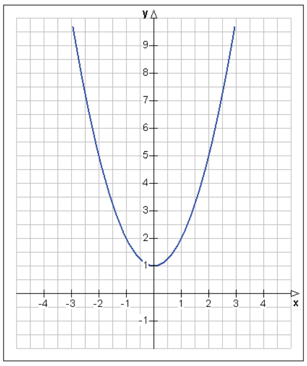
Name: ___________________________________ Klasse: ___________

Aufgabe I – ohne Taschenrechner (34P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung". Eine Begründung wird nicht verlangt. (24P)

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	24 € von 240 € sind	24 %	10 %	1 %	12 %	
b)	$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{8}$	
c)	$0{,}6\cdot 20=$	1,2	0,12	12	120	
d)	$3{,}7\cdot 10^3=$	0,37	37	370	3700	
e)	100 – 0,07	99,73	99,97	99,93	99,3	
f)	$0{,}1:10=$	0,01	0,1	1	0,0010	
g)	100 dm³ =	1 000 cm³	100 cm³	1 m³	100 Liter	
h)	25 % eines bestimmten Geldbetrages sind 16 €. Bestimme den Geldbetrag.	100 €	64 €	4 €	40 €	
i)	Am 20. Geburtstag hat man ungefähr … Tage gelebt.	7 000	7 300	6 000	6 800	
j)	 $\alpha=$	88°	78°	22°	68°	
k)	$\sqrt[2]{-9}$	ist nicht definiert	= 3	$=-\frac{1}{3}$	= –3	
l)	Von 7:25 Uhr bis 9:10 Uhr desselben Tages sind es …	45 min	1 h 15 min	1 h 45 min	2 h 15 min	
m)	Welche der folgenden Figuren ist zu einem Anteil von $\frac{2}{3}$ gefärbt?					

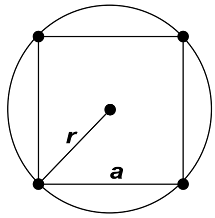
	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
n)	***Aus 4 werden 5! Das sind 20 % mehr!*** Diese Aussage ist	falsch, denn es ist nur 1 % mehr.	falsch, denn es sind nur 10 % mehr.	falsch, es sind 25 % mehr.	richtig.	
o)	Ein rechteckiges Feld mit einer Länge von 5 m hat einen Flächeninhalt von 20 m². Bestimme den Umfang.	25 m	22 m	18 m	16 m	
p)	$(3a + b)^2 = 9a^2 + \ldots + b^2$. Der fehlende Summand lautet	0	$6ab$	$3ab^2$	$3ab$	
q)	 Bestimme die Länge der Strecke $\overline{AB}$, wenn die Seitenlängen der drei Quadrate jeweils 1 cm betragen.	4 cm	3 cm	$\sqrt{10}$ cm	$\sqrt{8}$ cm	
r)	Der Wert des Terms $\frac{a \cdot b}{a - b}$ für $a = 2$ und $b = 3$ beträgt …	–6	6	$\frac{6}{5}$	$-\frac{6}{5}$	
s)	Bei einer Testaufgabe sollen von 3 möglichen Antworten genau 2 angekreuzt werden. Wie viele Ankreuzmöglichkeiten gibt es?	6	4	3	2	
t)	Die Wahrscheinlichkeit, beim einmaligen Werfen eines Spielwürfels eine 3 oder eine gerade Zahl zu werfen, beträgt	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	
u)	Für die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ gilt:	Der Graph von f ist eine Parallele zur x-Achse	Der Graph von f schneidet die y-Achse im Punkt $P(0/3)$.	Der Graph von f hat die Steigung 3	Der Graph von f schneidet die y-Achse im Punkt $P(3/0)$.	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
v)	Die Steigung beträgt 15 %. Dann gilt für die Länge h: 	$h = 195$ m	$h = 150$ m	$h = 100$ m	$h = 15$ m	
w)	 Die Kreisbögen haben den Radius $r = 1$ cm. Der Umfang der Figur beträgt dann…	$\pi\ cm$	$2\pi\ cm$	$3\pi\ cm$	$4\pi\ cm$	
x)	 Zum Graphen gehört die Funktionsgleichung …	$f(x)=(x-1)^2$	$f(x)=x^2+1$	$f(x)=(x+1)^2$	$f(x)=x^2-1$	

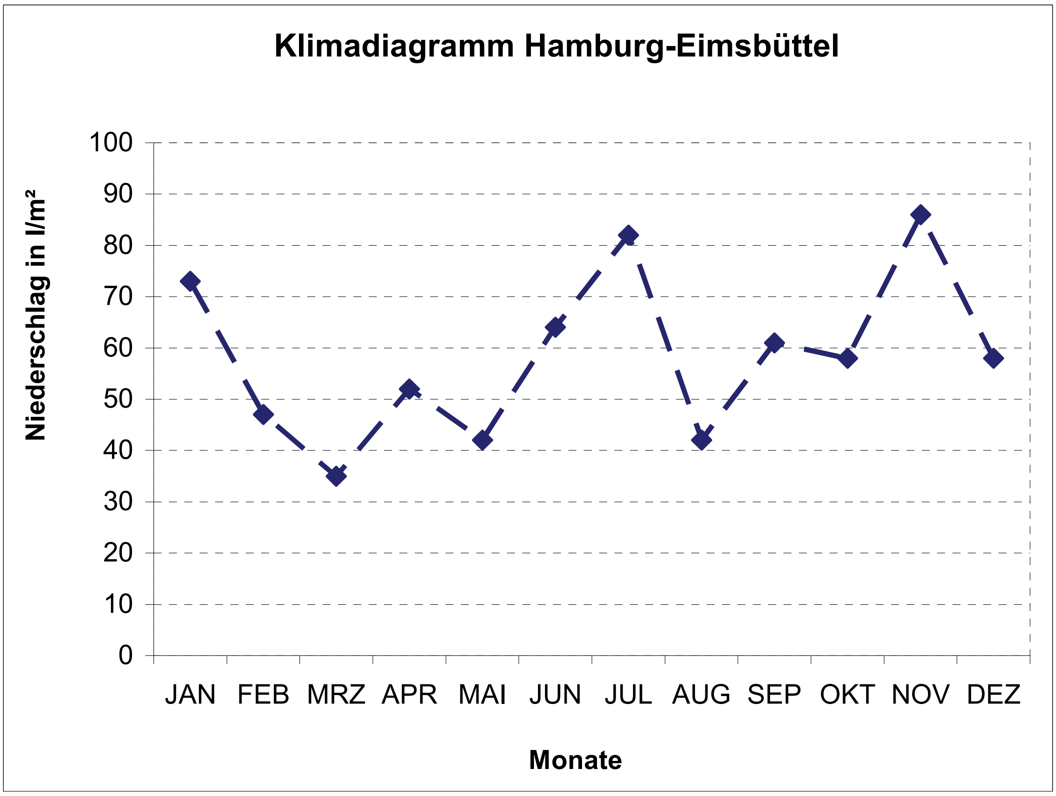
2. Bestimme die Lösung der Gleichung $x^2 = -4x - 4$. (2P)

3. Bakterien einer Kultur verdoppeln sich nach jeder Zeiteinheit. Nach wie vielen Zeiteinheiten liegt mehr als das 100-fache der ursprünglichen Bakterienzahl vor? (2P)

4. Ein Quadrat hat die Seitenlänge a. (3P)
Gib den Radius r des Umkreises mit Hilfe einer Gleichung in Abhängigkeit von der Seitenlänge a an.



5. Herr Petersen hat zum Geburtstag eine Wetterstation erhalten. Er misst ein Jahr lang die monatlichen Niederschlagsmengen.

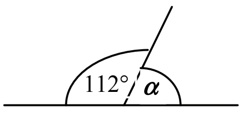
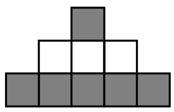


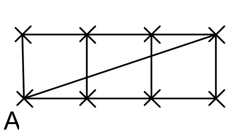
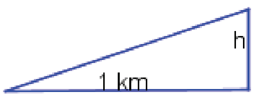
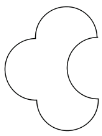
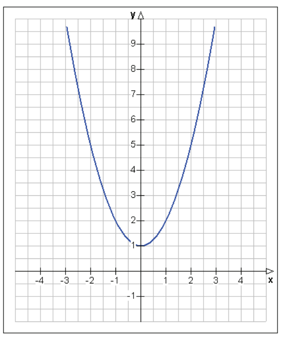
a) Bestimme den Monat mit der geringsten Niederschlagsmenge. ______________________ (1 P)

b) Bestimme die Niederschlagsmenge im Juni. ___________________ (1 P)

c) Bestimme die zwei aufeinander folgenden Monate, in denen der Unterschied der Niederschlagsmengen am größten ist. ___________________________ (1 P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
a)	24 € von 240 € sind	10 %	**B**	1		
b)	$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=$	$\frac{5}{4}$	**C**	1		
c)	$0,6\cdot 20=$	12	**C**	1		
d)	$3,7\cdot 10^3=$	3 700	**D**	1		
e)	100 – 0,07 =	99,93	**C**	1		
f)	0,1:10 =	0,01	**A**	1		
g)	100 dm³ =	100 Liter	**D**	1		
h)	25 % eines bestimmten Geldbetrages sind 16 €. Bestimme den Geldbetrag.	64 €	**B**	1		
i)	Am 20. Geburtstag hat man ungefähr … Tage gelebt.	7 300	**B**		1	
j)	 $\alpha=$	68°	**D**		1	
k)	$\sqrt[2]{-9}$	ist nicht definiert	**A**		1	
l)	Von 7:25 Uhr bis 9:10 Uhr desselben Tages sind es …	1 h 45 min	**C**		1	
m)	Welche der folgenden Figuren ist zu einem Anteil von $\frac{2}{3}$ gefärbt?		**C**		1	
n)	***Aus 4 werden 5! Das sind 20 % mehr!*** Diese Aussage ist	falsch, denn es sind 25 % mehr.	**C**		1	
o)	Ein rechteckiges Feld mit einer Länge von 5 m hat einen Flächeninhalt von 20 m². Bestimme den Umfang.	18 m	**C**		1	
p)	$(3a+b)^2=9a^2+\ldots+b^2$ Der fehlende Summand ist …	6ab	**B**		1	

	Lösungsskizze Aufgabe	Lösung	Buchstabe	Zuordnung, Bewertung I	II	III
q)	 Bestimme die Länge der Strecke $\overline{AB}$, wenn die Seitenlängen der drei Quadrate jeweils 1 cm betragen.	$\sqrt{10}\ cm$	**C**		1	
r)	Der Wert des Terms $\frac{a \cdot b}{a-b}$ für $a = 2$ und $b = 3$ beträgt:	-6	**A**		1	
s)	Bei einer Testaufgabe sollen von 3 möglichen Antworten genau 2 angekreuzt werden. Wie viele Ankreuzmöglichkeiten gibt es?	3	**C**		1	
t)	Die Wahrscheinlichkeit beim einmaligen Werfen eines Spielwürfels eine 3 oder eine gerade Zahl zu werfen beträgt:	$\frac{2}{3}$	**D**		1	
u)	Für die Funktion *f* mit $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ gilt:	Der Graph von *f* schneidet die *y*-Achse im Punkt *P*(0/3).	**B**		1	
v)	Die Steigung beträgt 15 %. Dann gilt für die Länge *h*: 	$h = 150\ m$	**B**			1
w)	 Die Kreisbögen haben den Radius $r = 1$ cm. Der Umfang der Figur beträgt dann…	$4\pi\ cm$	**D**			1
x)	 Zum Graphen gehört die Funktionsgleichung	$f(x) = x^2 + 1$	**B**			1

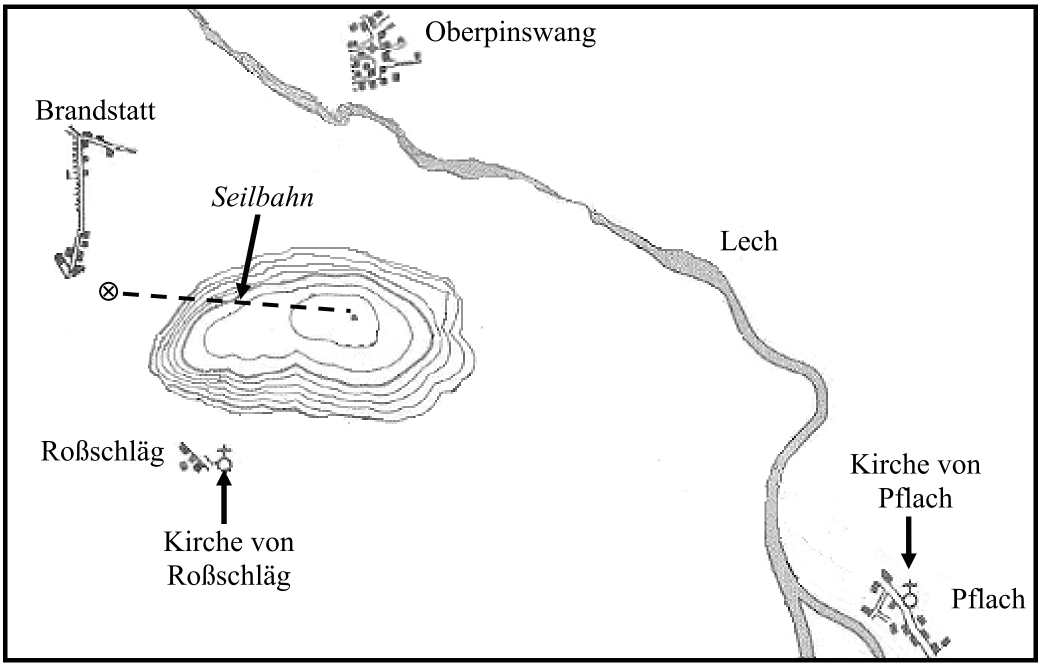
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
2.	$x^2 = -4x - 4$ $x^2 + 4x + 4 = 0$ $(x+2)^2 = 0$ $x + 2 = 0$ $x = -2$ Die Gleichung hat die Lösung $x = -2$.		2	
3.	$2^n > 100$. Diese Ungleichung ist für alle natürliche Zahlen $n \geq 7$ erfüllt. Antwort: Nach 7 und mehr Zeiteinheiten liegt mehr als das 100-fache der ursprünglichen Bakterienzahl vor.			2
4.	Der gesuchte Umkreisradius entspricht der halben Diagonalenlänge des Quadrats. $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a \cdot \sqrt{2}$. Also $r = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{2}$. *oder:* $2r^2 = a^2$, und damit $r^2 = \frac{a^2}{2}$ und $r = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{2}$.			3
5	a) März (mit 35 l/m²) b) Werteangaben im Bereich von 63 l/m² bis 65 l/m². c) Zwischen Juli (82 l/m²) und August (42 l/m²) gab es den größten Unterschied.	1	1 1	
	Insgesamt 34 BWE	9	17	8

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

Seilbahn

(22 P)

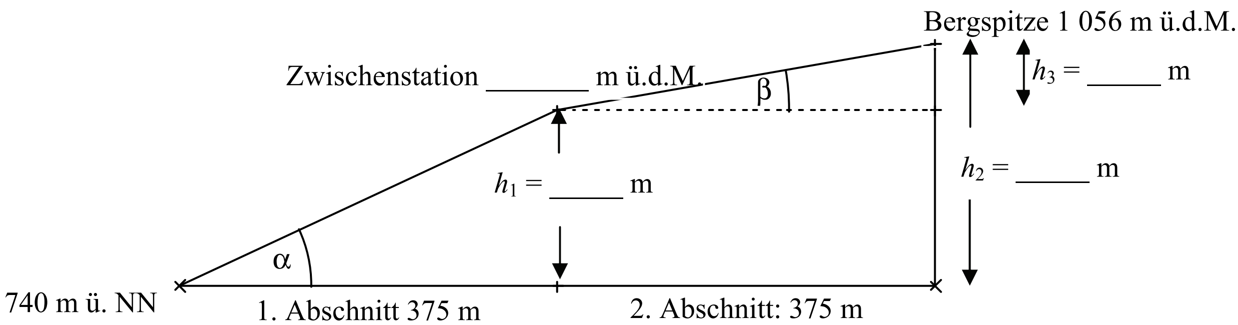
Die nachfolgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt von Österreich im Maßstab 1:25 000.



a) Bestimme die Luftlinienentfernung in Metern zwischen der Kirche von Roßschläg und der Kirche von Pflach (siehe Karte). (4P)

Vom Punkt ⊗ beim Ort Brandstatt (740 m über dem Meeresspiegel) soll eine Seilbahn zur östlich angrenzenden Bergspitze (1056 m ü. d. M.) gebaut werden. Da der Berg am Anfang stark ansteigt, soll die Bahn aus zwei unterschiedlich steilen Streckenabschnitten bestehen, die durch eine Zwischenstation (1020 m ü. d. M.) verbunden werden.

b) Vervollständige die folgende Abbildung mithilfe der Angaben aus dem Text. (4P)

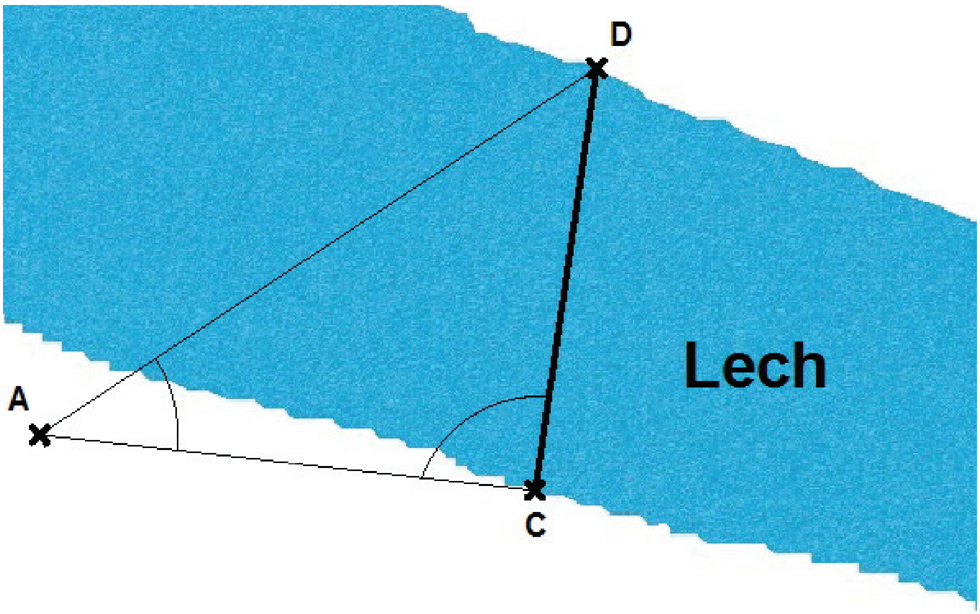


Skizze zum Streckenverlauf der Seilbahn (nicht maßstabsgerecht)

c) Berechne die Steigungswinkel α und β der beiden Streckenabschnitte. (6P)

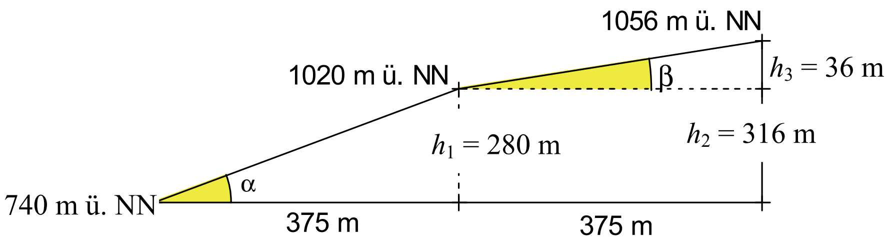
Um die Seilbahn von Oberpinswang aus besser erreichen zu können, soll eine Brücke zwischen den Punkten C und D über den Fluss Lech gebaut werden. Zur Bestimmung der Länge der Strecke $\overline{CD}$ wurde ein Punkt A gewählt, der auf gleicher Höhe mit C und D liegt.

Folgende Größen wurden gemessen: $|AC| = 64\text{ m}$, $|\sphericalangle CAD| = 32°$, $|\sphericalangle DCA| = 91°$ (siehe Skizze, die nicht maßstabsgerecht ist).



d) Begründe, dass die gemessenen Größen ausreichen, um die Länge $|CD|$ der geplanten Brücke zu bestimmen, und bestimme diese Länge. (8P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Da der Maßstab 1:25 000 ist und der Abstand der beiden Kirchen auf der Karte 8,8 ($\pm 0{,}1$) cm beträgt, beträgt die Luftlinienentfernung: $8{,}8 \cdot 25\,000 \text{ cm} = 220\,000 \text{ cm} = 2\,200 \text{ m}$. *Achtung: Durch Kopieren können sich Verzerrungen ergeben. Toleranz ± 25 m.*	1	3	
b)	Skizze (nicht maßstabsgerecht):  	4		
c)	1. Streckenabschnitt: $\tan\alpha = \frac{280}{375} = 0{,}7466...$, daraus folgt $\alpha = 36{,}74...°$. Der Steigungswinkel auf dem ersten Streckenabschnitt beträgt ca. 37°. 2. Streckenabschnitt: $\tan\alpha = \frac{36}{375} = 0{,}096$, daraus folgt $\alpha = 5{,}48...°$. Der Steigungswinkel auf dem zweiten Streckenabschnitt beträgt ca. 5,5°.		3 3	
d)	Gegeben sind eine Seite und die beiden anliegenden Winkel im Dreieck *ACD*. Damit lässt sich der Sinussatz zur Berechnung der fehlenden Dreiecksgrößen anwenden. Der Winkel bei *D* im Dreieck *ACD* ergibt sich aus: $180° - 32° - 91° = 57°$. Dann gilt nach dem Sinussatz: $\frac{64}{\sin 57°} = \frac{\lvert CD \rvert}{\sin 32°}$ und damit $\lvert CD \rvert = 64 \cdot \frac{\sin 32°}{\sin 57°} = 40{,}438...$. Die Länge der Brücke wird ca. 40 m betragen.		2 3 1	2
	Insgesamt 22 BWE	5	15	2

Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Wasserspender (22 P)

Nicht nur in vielen Arztpraxen wird Trinkwasser in Wasserspendern angeboten (siehe nebenstehende Abbildung).

Die Wasserspender bestehen unter anderem aus zylindrischen „Flaschen“ (die Verdickungen und die Abschrägungen sollen unberücksichtigt bleiben). Der Innendurchmesser dieser Flaschen beträgt 23 cm und die Höhe 45,5 cm.

a) Berechne das Volumen einer solchen Flasche in cm³ und in Liter. (3P)

In der Arztpraxis von Dr. A. werden für die Patienten kegelförmige Trinkbecher zur Verfügung gestellt.

Ein solcher Becher hat eine Höhe von 7,8 cm und ein Volumen von 100 cm³.
Die Becher werden durchschnittlich zu 80 % gefüllt.

b) Berechne die Anzahl der Becher, die man aus einer gefüllten Flasche des Wasserspenders füllen kann.
(Falls du bei a) keine Lösung erhalten hast, so rechne mit 20 Litern für das Volumen des Flasche) (4 P)

c) Berechne, um wie viel Zentimeter der Wasserstand in der Flasche sinkt, wenn 100 dieser Becher, jeweils zu 80 % gefüllt, aus der Flasche entnommen werden. (5P)

In der Abbildung oben erkennt man neben dem Wasserspender eine Röhre, die als Vorratsbehälter für die Becher dienen soll. Um diese Röhre genau passend zu den Bechern herzustellen, benötigt man den Durchmesser der Becheröffnung.

d) Bestimme den Durchmesser der Öffnung eines solchen Bechers. (5P)
Zur Kontrolle: Die Öffnung hat einen Durchmesser von etwa 7 cm.

e) Berechne, wie viel Papier für die Herstellung eines solchen Bechers benötigt wird, wenn für die Überlappung 15 % zugegeben wird. (5P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ $V = \pi \cdot 11{,}5^2 \cdot 45{,}5$ $V = 18904{,}141... \approx 18904$. In eine vollständig gefüllte Flasche passen etwa 18900 cm³, also 18,9 Liter.	2	1	
b)	Die Anzahl der Becher berechnet sich aus: Anzahl = $\frac{V_{Zyl}}{V_{Becher}}$. Mit dem Volumen des zu 80 % gefüllten Bechers $V_{Becher} = 0{,}8 \cdot 100 = 80$ cm³. ergibt sich: Anzahl $= \frac{18904}{80} = 236{,}3$. Es lassen sich also 236 Becher aus dem Wasserspender füllen. Ersatzlösung: $\frac{20000}{80} = 250$. Es können 250 Becher gefüllt werden.	3	1	
c)	Umstellen der Volumenformel für den Zylinder: $V = \pi r^2 h \Leftrightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$. 100 Becher mit je 80 % Füllung ≙ V $\Rightarrow$ V = $100 \cdot 0{,}8 \cdot 100\ \text{cm}^3 = 8000\ \text{cm}^3$. Einsetzen ergibt: $h = \frac{8000}{\pi \cdot 11{,}5^2} = 19{,}255... \approx 19$ Der Wasserstand im Wasserspender sinkt um ca. 19 cm.		4	1
d)	Das Volumen des Kegels ergibt sich aus: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h$. $r^2 = \frac{3V}{\pi h}$ $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ $r = \sqrt{\frac{3 \cdot 100}{\pi \cdot 7{,}8}}$ $r = 3{,}49... \approx 3{,}5$ $d = 2r \approx 7$. Der Durchmesser der Kegelöffnung beträgt etwa 7 cm.		3	2

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
e)	Die Mantelfläche eines Kegels berechnet sich gemäß: $A_M = \pi r s$. Bestimmung von s über den Satz des Pythagoras: $s = \sqrt{h^2 + r^2}$. Einsetzen ergibt: $s = \sqrt{7{,}8^2 + 3{,}5^2} = 8{,}549... \approx 8{,}55$. Daraus folgt für die Mantelfläche: $A_M = \pi \cdot 3{,}5 \cdot s = 94{,}004... \approx 94$. Mantelfläche einschließlich Zugabe: $A_M \cdot 1{,}15 = 108{,}10... \approx 108{,}1$. Es werden pro Becher ca. 108 cm^2 Papier benötigt.		2 1	2
	Insgesamt 22 BWE	5	12	5

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Bremswege (22P)

Der Bremsweg eines Autos ist abhängig von der Geschwindigkeit. Je größer die Geschwindigkeit, desto länger ist der Bremsweg.

In der Fahrschule wird der Bremsweg eines PKW bei trockener Fahrbahn mit folgender „Faustformel“ beschrieben:

> Bremsweg b (in m): $b(x) = 0{,}005 \cdot x^2$,
> wobei x für die Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ steht.

a) Berechne mit Hilfe der „Faustformel“ die Bremswege aus einer Geschwindigkeit von
(1) 100 km/h, (2) 50 km/h. (2P)

b) Vergleiche zu den beiden Geschwindigkeiten die zugehörigen Bremswege. (2P)

Bei nasser Straße kann der Bremsweg bei einer Geschwindigkeit von 100 km/h sogar 60 m betragen.

c) Berechne den prozentualen Unterschied der Bremswege bei trockener bzw. nasser Straße. (4P)

Die Länge b des Bremsweges (in Metern) auf nasser Fahrbahn kann in Abhängigkeit von der gefahrenen Geschwindigkeit x (in km/h) durch eine Funktionsgleichung der Form

$$b(x) = k \cdot x^2$$

beschrieben werden.

d) Bestimme mithilfe der Angaben im Vortext zu Aufgabe c) die Größe des Faktors k. (4P)

Bisher wurde nicht berücksichtigt, dass der Fahrer erst noch reagieren muss, bevor er auf die Bremse tritt. In dieser Reaktionszeit fährt das Auto ungebremst weiter. Den dabei zurückgelegten Weg nennt man *Reaktionsweg*. Die mittlere Reaktionszeit beträgt 0,45 sec.

e) Berechne den Reaktionsweg, den das Auto bei einer Geschwindigkeit von
(1) 30 km/h, (2) 50 km/h
zurücklegt. (6P)

Die Summe aus Reaktionsweg und Bremsweg nennt man *Anhalteweg*.
Auf trockener Fahrbahn beträgt der Anhalteweg bei 30 km/h ca. 8 m und bei Tempo 50 km/h über 19 m.

Ein Auto fährt mit Tempo 50. In einem Abstand von ca. 10 m rollt ein Ball auf die Straße. Oft laufen in einer solchen Situation Kinder hinterher. Daher will der Fahrer anhalten.

f) Bestimme durch eine geeignete Abschätzung die ungefähre Geschwindigkeit, die das Auto in Höhe des Balles noch hat. (4P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	(1) $b(100) = 0{,}005 \cdot 100^2 = 50$ (2) $b(50) = 0{,}005 \cdot 50^2 = 12{,}5$ Der Bremsweg bei 100 km/h beträgt 50 *m*, bei 50 km/h 12,5 *m*.	1 1		
b)	50 km/h ist die Hälfte von 100 *km/h*, der Bremsweg bei 50 km/h ist jedoch nur ein Viertel des Bremsweges bei der Geschwindigkeit von 100 km/h.	2		
c)	$\frac{60}{50} = 1{,}20$. Bei nasser Fahrbahn verlängert sich der Bremsweg um 20 %. *oder* $\frac{10}{60} = 0{,}1\overline{6}$. Bei trockener Fahrbahn verringert sich der Bremsweg gegenüber einer nassen Fahrbahn um ca. 17 %.	2	2	
d)	Es sei $b(x) = k \cdot x^2$. Eingesetzt: $60 = k \cdot 100^2$. Nach *k* umgeformt: $k = \frac{60}{10000} = 0{,}006$.		4	
e)	(1) $30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ entspricht $\frac{30000}{3600}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 8{,}\overline{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Dann gilt $0{,}45 \cdot 8{,}\overline{3} = 3{,}75$. Der Reaktionsweg bei $30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ beträgt 3,75 m. (2) $50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ entspricht $\frac{50000}{3600}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 13{,}\overline{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Dann gilt $0{,}45 \cdot 13{,}\overline{8} = 6{,}25$. Der Reaktionsweg bei $50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ beträgt 6,25 m.		3 3	
f)	Bei einer Geschwindigkeit von 30 km/h käme das Fahrzeug noch vor dem Ball zum Stehen. Bei 50 km/h dagegen hätte der Fahrer noch 9 m Rest von seinem Anhalteweg, also mehr als der Anhalteweg bei einer Geschwindigkeit von 30 km/h beträgt. Dies führt zur Schlussfolgerung, dass die Geschwindigkeit in Höhe des Balles größer als 30 km/h sein muss. *Auch andere Argumentationen, die die Abschätzung Geschwindigkeit > 30 km/h angeben, sind zulässig, soweit sie die oben berechneten bzw. gegebenen Daten berücksichtigen.*			4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

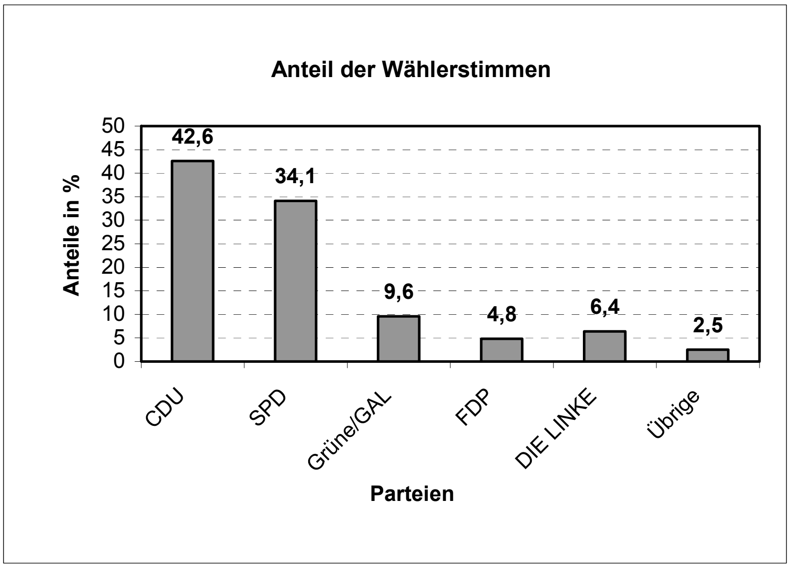
Bürgerschaftswahl in Hamburg (22P)

Von 1 236 671 Wahlberechtigten haben an der Bürgerschaftswahl 2008 in Hamburg 785 243 Bürger teilgenommen.

(2P)

a) Berechne die Wahlbeteiligung in Prozent.

In der nebenstehenden Grafik sind die Ergebnisse der Bürgerschaftswahl 2008 in % dargestellt.



Nur die Parteien, die mehr als 5 % der Wählerstimmen erhalten haben, sind in der Bürgerschaft vertreten. Diese Parteien sind mit folgenden Anzahlen der Abgeordneten in der Bürgerschaft vertreten:

CDU:	56 Sitze
SPD:	45 Sitze
Grüne/GAL:	12 Sitze
Die Linke:	8 Sitze

Da Parteien mit weniger als 5 % der Wählerstimmen nicht berücksichtigt werden, hat sich die Sitzverteilung der Parteien in der Bürgerschaft gegenüber ihren Anteilen an den Wählerstimmen verändert.

b) Berechne den Anteil der Sitze der Partei „Grüne/GAL“ in der Bürgerschaft in Prozent. (4P)

c) Erstelle ein Kreisdiagramm (siehe Anhang), das die Sitzanteile der Parteien in der Bürgerschaft wiedergibt. (8P)

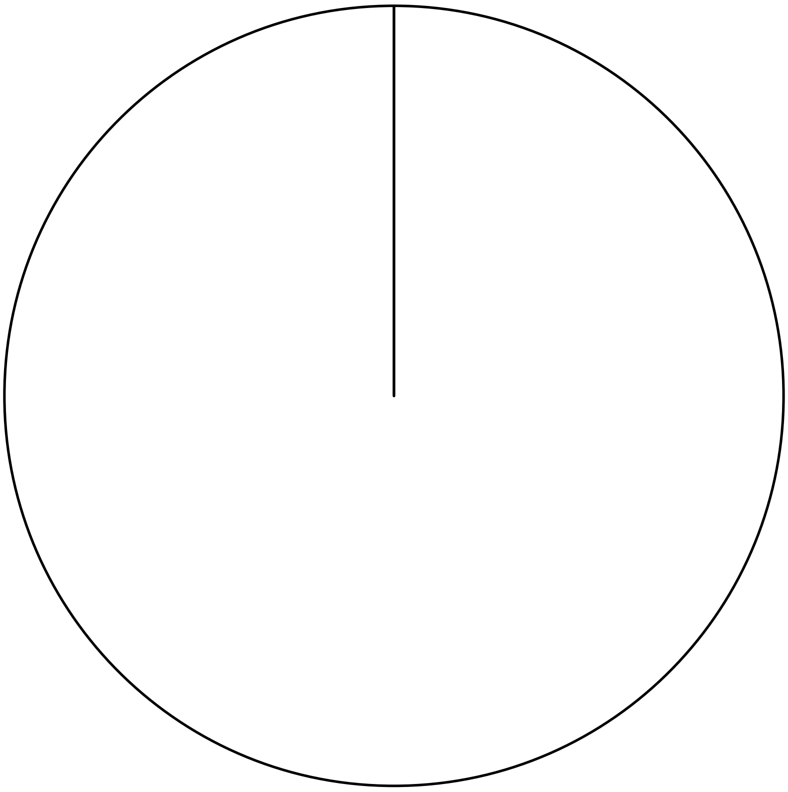
In einer öffentlichen Sitzung sind alle Bürgerschaftsabgeordneten anwesend. Nach einer Pause betreten alle Abgeordneten in zufälliger Reihenfolge wieder den Plenarsaal.

d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Abgeordnete, der den Plenarsaal nach der Pause betritt, zur SPD gehört. (3P)

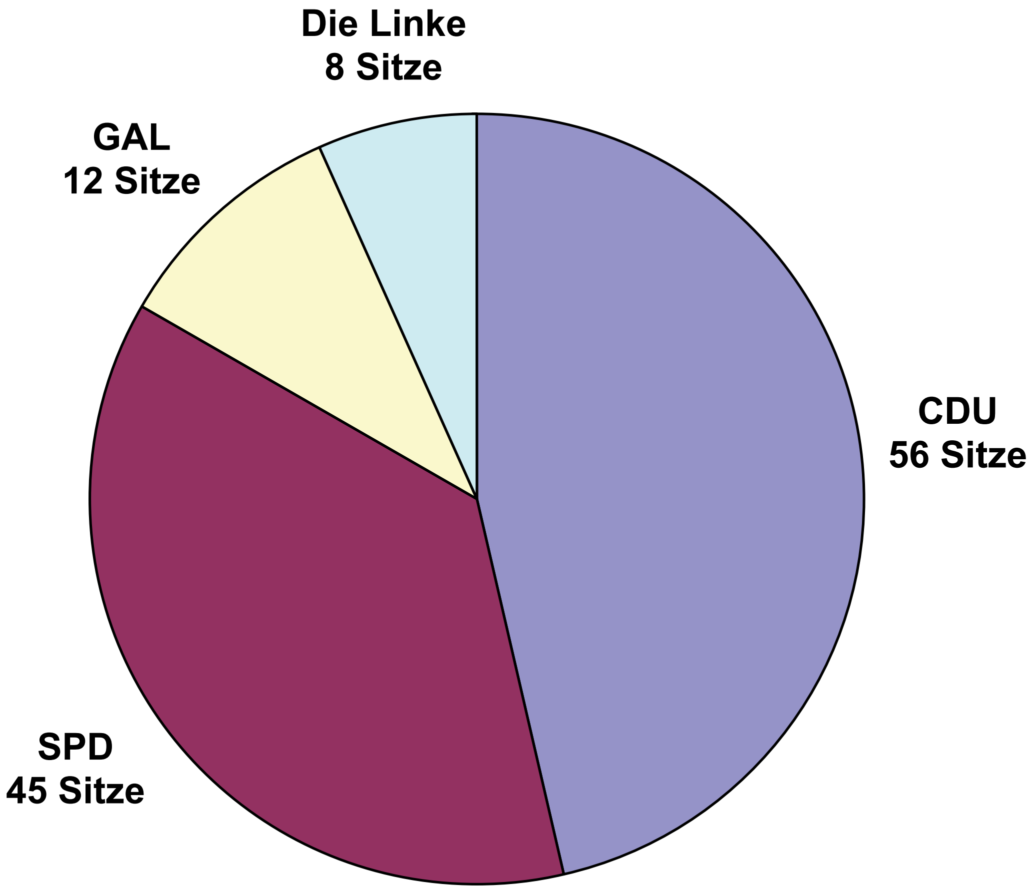
e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten beiden Abgeordneten, die nach der Pause den Plenarsaal betreten, von der gleichen Partei sind. (5P)

Anlage zur Aufgabe „Bürgerschaftswahl“, Aufgabenteil b)

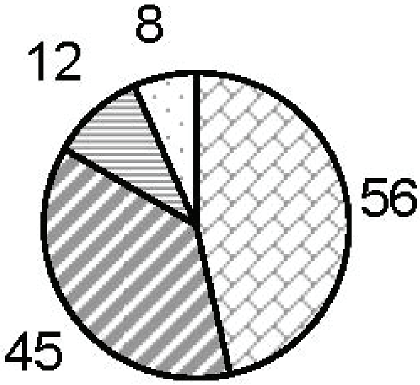
Name: ______________________________________ Klasse: __________



Lösung zur Anlage zur Aufgabe „Bürgerschaftswahl“, Aufgabenteil b)
Nur für Lehrkräfte!



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	785 243 Wähler von 1 236 671 Wahlberechtigten, also $\frac{785\,243}{1\,236\,671} \approx 0{,}635$. Ungefähr 63,5 % aller Wahlberechtigten sind zur Wahl gegangen.	2		
b)	Die Gesamtheit aller Abgeordneten ergibt sich aus der Summe der Abgeordneten in der Bürgerschaft. $56 + 45 + 12 + 8 = 121$	1		
	Die Partei „Grüne/GAL" hat 12 Abgeordnete, also: 12 von $121 \Rightarrow \frac{12}{121} = 0{,}0991... \approx 9{,}9\ \%$.	2		
	Die Partei „Grüne/GAL" ist mit einem Abgeordneten-Anteil von 9,9 % in der Bürgerschaft vertreten.	1		
c)	Der Anteil der Abgeordneten in der Bürgerschaft muss in Winkelgrad umgerechnet werden: 121 Abgeordn. $\triangleq$ 360° d.h. 1 Abgeordn. $\triangleq$ 2,975°.		2	
	Daraus folgt, dass die Kreissegmente folgende auf ganze Grade gerundete Mittelpunktswinkelmaße besitzen: CDU $\rightarrow 56 \cdot 2{,}975° \approx 166{,}6 \approx 167°$ SPD $\rightarrow 45 \cdot 2{,}975° \approx 133{,}9 \approx 134°$ GAL $\rightarrow 12 \cdot 2{,}975° \approx 35{,}7 \approx 36°$ Die Linke $\rightarrow 8 \cdot 2{,}975° \approx 23{,}8 \approx 24°$		2	
	Da alle Werte durch Aufrunden auf ganze Grade berechnet wurden, ist die Summe dann 361° statt 360°. Wenn man nur mit einer Genauigkeit von 1° zeichnen kann, muss an einer Stelle gegen die Regeln abgerundet werden, z.B. bei der Partei mit dem geringsten Nachkommateil, also der CDU. Abweichungen von einem Grad pro Segment sollten bei der Zeichnung toleriert werden. 		4	

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>d)</td><td>Der Anteil der SPD-Abgeordneten ist 45 von 121.

Also gilt: $p(\text{1.Abgeordneter gehört der SPD an}) = \frac{45}{121} \approx 0{,}372$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Abgeordnete, der den Plenarsaal betritt, der SPD angehört, beträgt etwa 37 %.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Zur Lösung sei folgende Überlegung am Beispiel der SPD verdeutlicht:

Die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Abgeordnete der SPD angehört, ist $\frac{45}{121}$.
Da nun nur noch 120 Abgeordnete außerhalb des Plenarsaals sind, davon auch nur noch 44 SPD-Abgeordnete, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass der zweite Abgeordnete ebenfalls der SPD angehört, $\frac{44}{120}$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Abgeordnete der SPD als erste den Saal betreten, ist dann nach der Pfadregel: $\frac{45}{121} \cdot \frac{44}{120}$.

Gleiche Überlegungen gelten auch für die anderen Parteien.

Da die vier Ereignisse sich gegenseitig ausschließen, müssen zum Schluss die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten nur noch addiert werden.

Also: $\frac{56}{121} \cdot \frac{55}{120} + \frac{45}{121} \cdot \frac{44}{120} + \frac{12}{121} \cdot \frac{11}{120} + \frac{8}{121} \cdot \frac{7}{120} = \frac{5248}{14520} \approx 0{,}361$.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten beiden Abgeordneten, die nach der Pause den Plenarsaal betreten, von der gleichen Partei sind, ist ungefähr 36 %.</td><td></td><td></td><td>1

1

1

2</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>6</td><td>11</td><td>5</td></tr>
</table>