



Abschlussprüfung zum Realschulabschluss  
Schuljahr 2009/2010

7. Mai 2010

---

**Mathematik**

**Realschulen und Gesamtschulen**

**Aufgabensatz - HAUPTTERMIN**

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

---

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

---

**Diese Unterlagen enthalten:**

- 1 Allgemeines
- 2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben
- 3 Hinweise zum Korrekturverfahren
- 4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und die Bewertung für jede Aufgabe

---

**1 Allgemeines**

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner und ohne das Formelblatt) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

## 2 Aufgabenauswahl

### Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V**).  
**Aufgabe I** ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

### Der Prüfling

- erhält beide Prüfungsteile (**Aufgabe I** sowie die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben**) ohne Taschenrechner und ohne das Formelblatt in die Hand. Eine Einlesezeit von bis zu 20 Minuten kann gewährt werden.  
Die Aufgabe I ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I seinen Taschenrechner und das Formelblatt und bearbeitet die von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben auf Extrablättern.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

## 3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden in kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

## 4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

### Erwartungshorizont:

*Kursiv gedruckte Passagen* sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

### Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

### Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

**Die Note 2 („gut“) wird erteilt**, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

**Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt**, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Aufgaben- nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ↓
<b>I</b>	Von 34 BWE wurden erreicht →							
<b>II</b>	a)	b)	c)	d)				
<b>III</b>	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
<b>IV</b>	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
<b>V</b>	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
<b>Summe der BWE →</b>								
<b>Bewertungstext</b>								
<b>Note →</b>								

Aufgabennummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ↓
<b>I</b>	Von 34 BWE wurden erreicht →							
<b>II</b>	a)	b)	c)	d)				
<b>III</b>	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
<b>IV</b>	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
<b>V</b>	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
<b>Summe der BWE →</b>								
<b>Bewertungstext</b>								
<b>Note →</b>								

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

**Aufgabe I – ohne Taschenrechner** (34P)

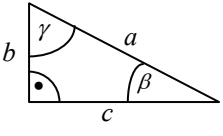
1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A, B, C** oder **D** in die Spalte „Lösung“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (23P)

	<b>Aufgabe</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>Lösung</b>
a)	Welche Zahl ist die größte?	0,2111	0,1212	0,21212	0,12121	
b)	$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{4}$	0,6	2,6	
c)	$\frac{3}{4} =$	3,4	0,75	0,34	$0,\bar{3}$	
d)	$0,202 =$	20,2 %	202 %	2,2 %	2,02 %	
e)	$1 \text{ ml} =$	0,001 l	0,1 l	0,01 l	0,0001 l	
f)	$3 \cdot (x+1) = 6$	$x = 0,5$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$	
g)	40 % von 40 € sind ...	4 €	18 €	10 €	16 €	
h)	$(x+1) \cdot (x-1) =$	$x^2$	$x^2 + 1$	$x^2 - 1$	$2x$	
i)	Schreibe in Kurzform als Gleichung: „Das Produkt aus einer Zahl mit der um 2 vergrößerten Zahl ist 15.“	$x \cdot (x+2) = 15$	$x \cdot x + 2 = 15$	$x \cdot x = 15 + 2$	$2x + 2 = 15$	
j)	$\frac{3}{8}$ von 80 € sind ...	24 €	20 €	64 €	30 €	
k)	Richtig ist, dass ...	jedes Quadrat auch ein Rechteck ist.	jedes Rechteck auch ein Quadrat ist.	jedes Rechteck zwei unterschiedlich lange Diagonalen hat.	in jedem Rechteck die Diagonalen senkrecht aufeinander stehen.	
l)	Der Preis für einen Becher Saft hat sich von 0,50 € auf 0,60 € erhöht. Das ist eine Steigerung von ...	10 %	60 %	20 %	5 %	

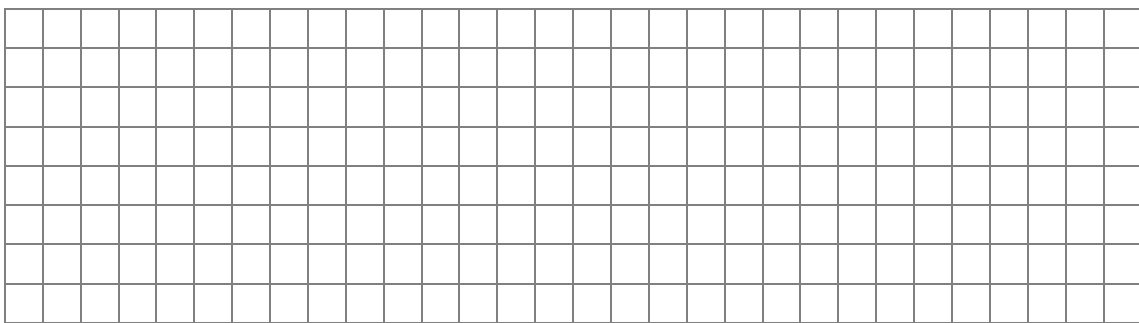
Lehrermaterialien Mathematik

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
m)	4 Freunde treffen sich. Jeder gibt jedem die Hand, dann werden...	4-mal die Hände geschüttelt.	6-mal die Hände geschüttelt.	12-mal die Hände geschüttelt	3-mal die Hände geschüttelt.	
n)	$(x - x^2) \cdot x =$	$x^2 - x^2$	$x - x^3$	$x^3 - x^2$	$x^2 - x^3$	
o)	Die beiden Geraden zu $g_1: y = 2x - 2$ $g_2: y = 2x + 2 \dots$	haben einen Schnittpunkt in (1/0).	haben einen Schnittpunkt in (0/2).	haben die gleichen y-Achsenabschnitte.	sind parallel.	
p)	Die Gleichung $x^2 + x - 1 = x^2 + 1$	hat die Lösung $x = 1$	ist unlösbar	hat die Lösung $x = 2$	hat die Lösung $x = 0$	
q)	„Hosen um 10 % reduziert! Jetzt nur noch 72 €“ Die Hose kostete vorher	82 €	79,20 €	80 €	88 €	
r)	In einem rechtwinkligen Dreieck $ABC$ gilt $\gamma = 90^\circ$ und $\alpha = 55^\circ$ . Gib die Größe des Winkels $\beta$ an.	$45^\circ$	$35^\circ$	$65^\circ$	$55^\circ$	
s)	$1,0005 \cdot 101 =$	1,055	100,55	101,055	101,0505	
t)	Das Volumen eines Zylinders vervierfacht sich, wenn man	den Durchmesser vervierfacht und die Höhe beibehält.	den Durchmesser beibehält und die Höhe verdoppelt.	den Durchmesser verdoppelt und die Höhe verdoppelt.	den Durchmesser verdoppelt und die Höhe beibehält.	
u)	Eine Gerade hat eine Steigung von 100 %. Der Steigungswinkel beträgt dann ...	$90^\circ$	$45^\circ$	$50^\circ$	$100^\circ$	
v)	In einer Urne sind 5 Kugeln, darunter genau 3 rote. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit alle roten Kugeln bei dreimaligem Ziehen nacheinander ohne Zurücklegen zufällig zu ziehen?	$\frac{1}{10}$	$\frac{27}{125}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	

Lehrermaterialien Mathematik

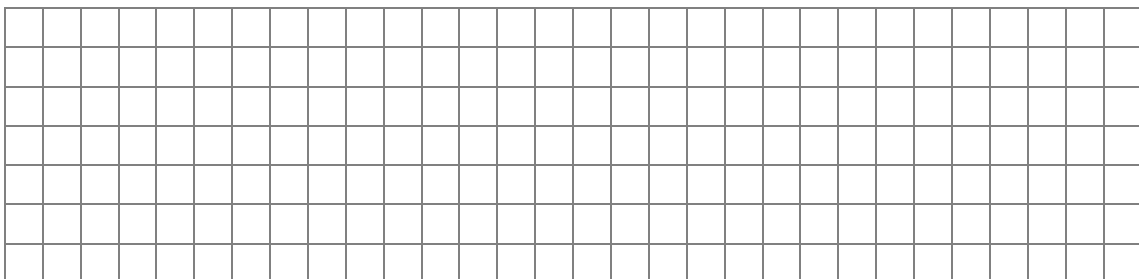
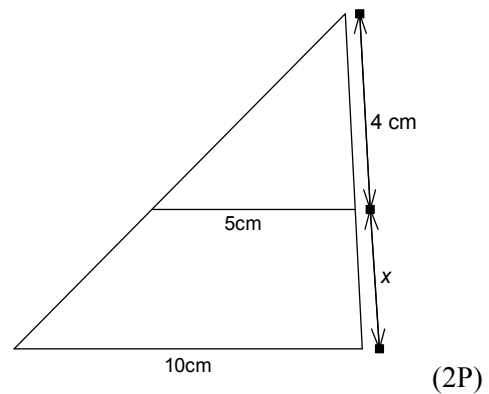
	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
w)	 <p>Im obigen Dreieck gilt <u>nicht</u></p>	$\sin \beta = \frac{b}{a}$	$\cos \gamma = \frac{b}{a}$	$\tan \gamma = \frac{c}{a}$	$\tan \beta = \frac{b}{c}$	

2. In einem Dreieck hat die Grundlinie  $c$  eine zugehörige Höhe  $h_c$  mit  $h_c = 2 \cdot (c - 1)$ .  
Bestimme einen Term für den Flächeninhalt des Dreiecks ohne Klammern. (3P)



3. In der nebenstehenden Skizze sind die Strecken mit den Längen 5 cm bzw. 10 cm parallel.  
Bestimme die Länge  $x$ .

*Hinweis: Die Skizze ist nicht maßstabsgerecht.*

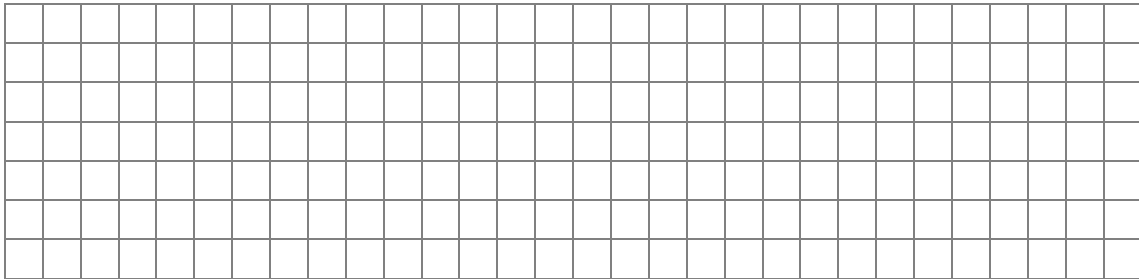




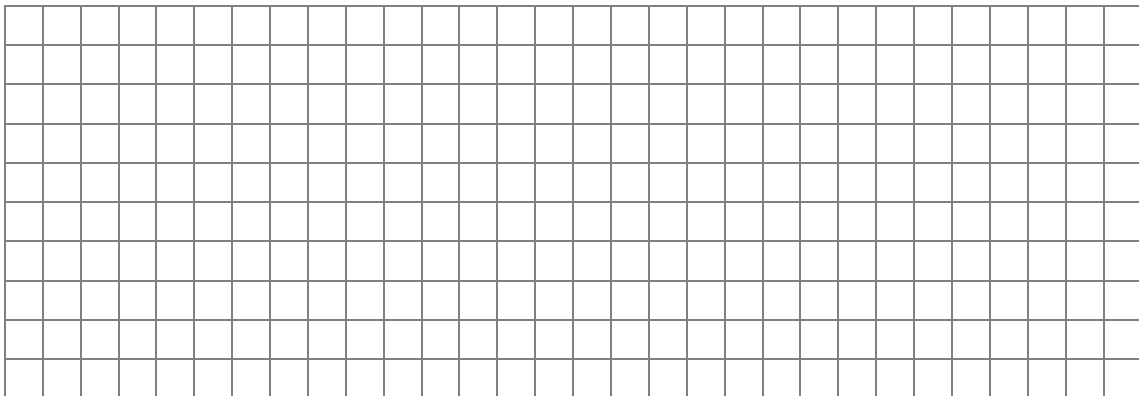
a) Löse folgende Gleichungen:

(5P)

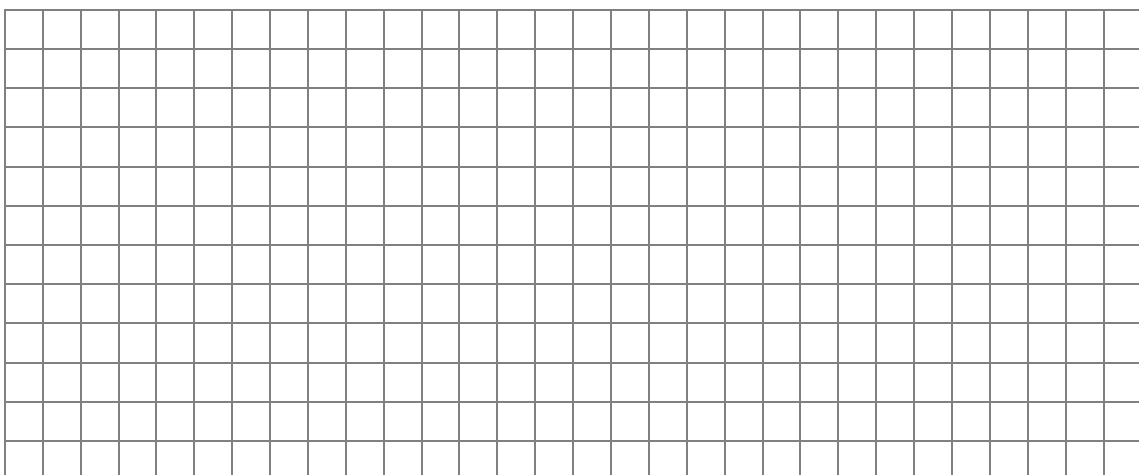
a)  $3x - 2 = 4$



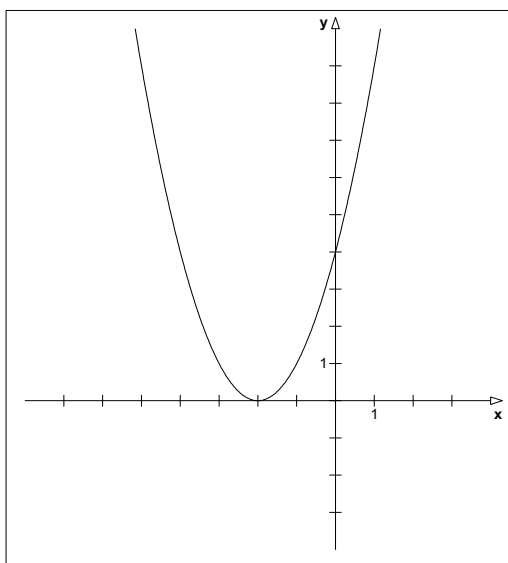
b)  $2x \cdot (x - 3) = 0$



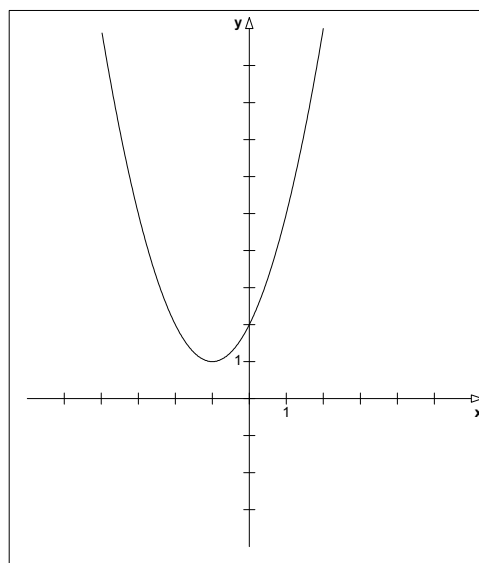
c)  $x \cdot (x + 1) = 6$



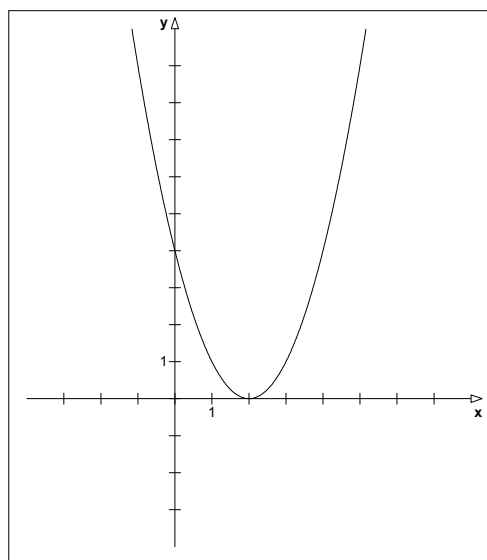
- b) Eine quadratische Funktion hat die Gleichung  $y = (x + d)^2$  mit  $d > 0$ .  
Gib an, welcher der abgebildeten Graphen zu der Funktionsgleichung gehört. (1P)



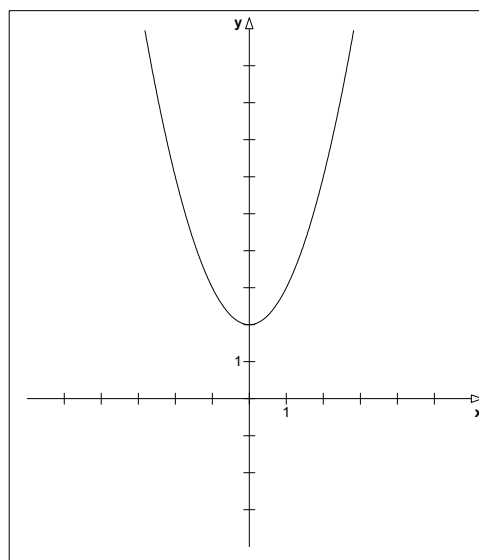
Graph 1



Graph 2



Graph 3



Graph 4

Zur Funktionsgleichung  $y = (x + d)^2$  mit  $d > 0$  gehört der Graph \_\_\_\_\_.

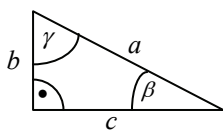
### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
a)	Welche Zahl ist die größte?	0,21212	<b>C</b>	1		
b)	$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$	$\frac{3}{4}$	<b>B</b>	1		
c)	$\frac{3}{4} =$	0,75	<b>B</b>	1		
d)	0,202 =	20,2 %	<b>A</b>	1		
e)	1 ml =	0,001 l	<b>A</b>	1		
f)	$3 \cdot (x+1) = 6$	$x = 1$	<b>B</b>	1		
g)	40 % von 40 € sind ...	16 €	<b>D</b>	1		
h)	$(x+1) \cdot (x-1) =$	$x^2 - 1$	<b>C</b>		1	
i)	Schreibe in Kurzform als Gleichung: „Das Produkt aus einer Zahl mit der um 2 vergrößerten Zahl ist 15.“	$x \cdot (x+2) = 15$	<b>A</b>		1	
j)	$\frac{3}{8}$ von 80 € sind ...	30 €	<b>D</b>		1	
k)	Richtig ist, dass ...	jedes Quadrat auch ein Rechteck ist.	<b>A</b>		1	
l)	Der Preis für einen Becher Saft hat sich von 0,50 € auf 0,60 € erhöht. Das ist eine Steigerung von ...	20 %	<b>C</b>		1	

Lehrermaterialien Mathematik

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
m)	4 Freunde treffen sich. Jeder gibt jedem die Hand, dann werden...	6-mal die Hände geschüttelt.	<b>B</b>		1	
n)	$(x - x^2) \cdot x =$	$x^2 - x^3$	<b>D</b>		1	
o)	Die beiden Geraden zu $g_1: y = 2x - 2$ $g_2: y = 2x + 2 \dots$	sind parallel.	<b>D</b>		1	
p)	Die Gleichung $x^2 + x - 1 = x^2 + 1$	$x = 2$	<b>C</b>		1	
q)	„Hosen um 10 % reduziert! Jetzt nur noch 72 €“ Die Hose kostete vorher	80 €	<b>C</b>		1	
r)	In einem rechtwinkligen Dreieck $ABC$ gilt $\gamma = 90^\circ$ und $\alpha = 55^\circ$ . Gib die Größe des Winkels $\beta$ an.	$35^\circ$	<b>B</b>			1
s)	$1,0005 \cdot 101 =$	101,0505	<b>D</b>		1	
t)	Das Volumen eines Zylinders vervierfacht sich, wenn man	den Durchmesser verdoppelt und die Höhe beibehält.	<b>D</b>			1
u)	Eine Gerade hat eine Steigung von 100 %. Der Steigungswinkel beträgt dann ...	$45^\circ$	<b>B</b>		1	
v)	In einer Urne sind 5 Kugeln, darunter genau 3 rote. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit alle roten Kugeln bei dreimaligem Ziehen nacheinander ohne Zurücklegen zufällig zu ziehen?	$\frac{1}{10}$ , denn $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$	<b>A</b>			1

Lehrermaterialien Mathematik

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
w)	 <p>Im obigen Dreieck gilt <u>nicht</u></p>	$\tan \gamma = \frac{c}{a}$	<b>C</b>		1	
2.	$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot c \cdot 2 \cdot (c-1) = c \cdot (c-1) = c^2 - c$			1	2	
3.	<p>Nach dem Strahlensatz gilt: <math>\frac{5}{10} = \frac{4}{4+x}</math>.</p> <p>Da 10 doppelt so groß ist wie 5, muss <math>4+x</math> auch doppelt so groß sein wie 4, also <math>x+4 = 8</math> und damit <math>x = 4</math>.</p>				2	
4.	<p>a) <math>3x - 2 = 4</math> <math>3x = 6</math> <math>x = 2</math></p> <p>Die Gleichung hat die Lösung 2.</p>				1	
	<p>b) <math>2x \cdot (x - 3) = 0</math></p> <p>Ein Produkt ist 0, wenn mindestens einer seiner Faktoren 0 ist. Also <math>2x = 0</math> oder <math>x - 3 = 0</math>.</p> <p>Die Gleichung hat die Lösungen <math>x = 0</math> bzw. <math>x = 3</math>.</p>				2	
	<p>c) <math>x \cdot (x + 1) = 6</math> <math>x^2 + x - 6 = 0</math></p> $x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 6}$ $x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2$ $x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -3$ <p>Die Gleichung hat die Lösungen 2 bzw. -3.</p>				2	
5.	<p>Zur Funktionsgleichung <math>y = (x + d)^2</math> mit <math>d &gt; 0</math> gehört der <b>Graph 1</b>.</p> <p><i>Begründung (nicht verlangt): „+d“ in der Gleichung bedeutet eine Verschiebung der Parabel um den Betrag d in Richtung der negativen x-Achse.</i></p>					1
Insgesamt 34 BWE				8	22	4

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

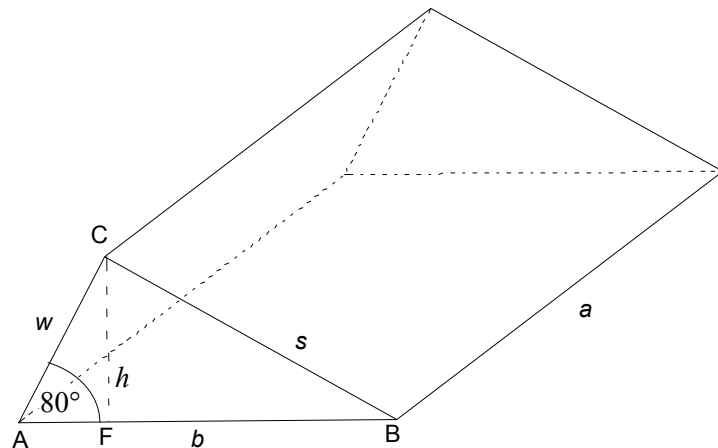
## Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

### Dachzimmer

(22P)

Familie Petersen möchte für ihre künstlerisch begabte Tochter Petra ein Dachzimmer mieten. In der Zeitung finden sie eine Anzeige mit folgenden Daten:

*Hohenfelde: 1 großer Raum mit rechteckiger Grundfläche:  $b = 6,40$  m breit,  $a = 8,30$  m lang; als Atelier nutzbar; Raum liegt unter einem Satteldach (siehe nebenstehende Abbildung) und hat an der höchsten Stelle die Höhe  $h = 3$  m.*



Nach Abschluss des Mietvertrages soll der Raum vollständig mit Raufaser tapeziert werden.

Im Baumarkt finden die Petersens das nebenstehende Sonderangebot.



**Restangebot:**  
7 Rollen Raufaser „Classico“  
nur 32,90 €!!

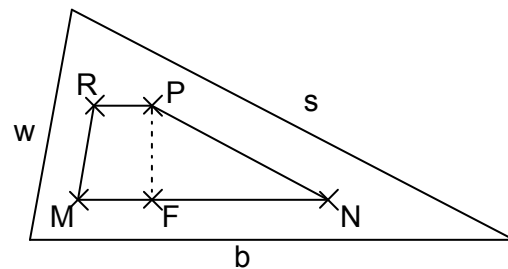
- a) Berechne den Preis für eine Rolle. (2P)
- b) Berechne die Fläche, die mit diesem Angebot tapeziert werden kann, wenn eine Rolle 53 cm breit und 25 m lang ist und die Tapeten vollständig genutzt werden können. (3P)

- c) In den beiden Frontseiten ist jeweils ein trapezförmiges Fenster eingelassen (siehe nebenstehende Abbildung).

Petra misst die Fenster und notiert folgende Maße:

$$|MN| = 3,25 \text{ m}; |NP| = 2,76 \text{ m}, |RP| = 0,58 \text{ m},$$

$$|RM| = 1,32 \text{ m} \text{ und die Höhe } |PF| = 1,30 \text{ m}.$$



In der Dachschräge mit der Seitenlänge  $s$  gibt es zwei weitere gleichgroße rechteckige Fenster jeweils mit den Abmessungen 1,50 m breit und 1,20 m hoch.

Bestimme die Gesamtfläche der vier Fenster. (4P)

- d) Bestimme die Gesamtfläche der zu tapezierenden Wandflächen und beurteile, ob das Restangebot des Baumarktes ausreicht, um das Zimmer vollständig zu tapezieren. (13P)  
*Hinweis: Runde alle Teilergebnisse auf 2 Nachkommastellen.*

### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	$32,90 : 7 = 4,70$ . 1 Rolle Tapeten kostet 4,70 €.	2		
b)	$53 \text{ cm} = 0,53 \text{ m}$ . $A = 7 \cdot 25 \cdot 0,53 = 92,75$ Mit sieben Rollen lassen sich $92,75 \text{ m}^2$ tapezieren, wenn die Rollen vollständig verbraucht werden.	3		
c)	Fenster auf Front- und Rückseite: $2 \cdot A_{\text{Trapez}} = 2 \cdot \frac{3,25 + 0,58}{2} \cdot 1,3 = 4,979 \approx 4,98$ . Fenster auf der Dachfläche: $2 \cdot A_{\text{Rechteck}} = 2 \cdot 1,50 \cdot 1,20 = 3,60$ . $4,98 \text{ m}^2 + 3,60 \text{ m}^2 = 8,58 \text{ m}^2$ . Die Fenster haben eine Gesamtfläche von $8,58 \text{ m}^2$ .	2	2	
d)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Front- und Rückseite:  <math>A_{F,R} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot h</math>  <math>A_{F,R} = 6,40 \cdot 3 = 19,2</math> </li> <li>Dachfläche mit der Seitenlänge <math>w</math>:  <math>A_w = a \cdot w = 8,3 \cdot w</math>                              Berechnung der Seitenlänge <math>w</math>:  <math>\sin 80^\circ = \frac{h}{w}</math>  <math>w = \frac{h}{\sin 80^\circ}</math>  <math>w = \frac{3}{\sin 80^\circ} = 3,0462... \approx 3,05</math>  <math>A_w = 8,3 \cdot 3,05 = 25,315 \approx 25,32</math> </li> </ul>		2	
			4	

Lehrermaterialien Mathematik

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Dachfläche mit der Seitenlänge <math>s</math>:  <math>A_w = a \cdot s = 8,3 \cdot s</math>                      Im rechtwinkligen Dreieck <math>FBC</math> ist nur die Länge <math>h</math> bekannt. Zur Berechnung der Seitenlänge <math>s</math> ist zunächst <math> FB </math> zu bestimmen.  <math> FB  = b -  AF  = 6,4 -  AF </math>  <math display="block">\tan 80^\circ = \frac{h}{ AF }</math> <math display="block"> AF  = \frac{h}{\tan 80^\circ} = \frac{3}{\tan 80^\circ} = 0,528... \approx 0,53</math> <math> FB  = 6,4 - 0,53 = 5,87</math>                      Die Länge <math>s</math> kann nun über den Satz des Pythagoras berechnet werden:  <math>s^2 = h^2 +  FB ^2</math>  <math>s = \sqrt{h^2 +  FB ^2}</math>  <math>s = \sqrt{3^2 + 5,87^2} = 6,592... \approx 6,59</math>  <math>A_w = 8,3 \cdot 6,59 = 54,697 \approx 54,70</math> </li> <li>Die Gesamtfläche der Wände beträgt demnach:  <math>19,20 + 25,32 + 54,70 = 99,22</math>.                      Davon ist die Gesamtfläche der Fenster zu subtrahieren:  <math>99,22 \text{ m}^2 - 8,58 \text{ m}^2 = 90,64 \text{ m}^2</math>.                      Insgesamt müssen <math>90,64 \text{ m}^2</math> tapeziert werden.                 </li> <li>Im Vergleich dazu stehen <math>92,75 \text{ m}^2</math> Tapeten zur Verfügung, d.h. die Anzahl von 7 Rollen zu je 25 m Länge reicht gerade aus, um die Wohnung zu tapezieren, wenn fast alle Reste einer Rolle genutzt werden können.  <i>Wird dagegen damit argumentiert, dass viele Reststücke einer Rolle anfallen, z.B. an den Rändern der Fenster oder an den Raumecken, und dass die berechnete überschüssige Menge in der Praxis nicht ausreicht, so ist auch diese Antwort anzuerkennen.</i> </li> </ul>		2	3
		1		
			1	
	Insgesamt 22 BWE	8	11	3



Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

### Aufgabe III – Idee von Raum und Form

#### Boule-Kugeln

(22P.)

Eine Boule-Kugel ist durchschnittlich 740 g schwer und hat einen Durchmesser von 72 mm.

Peter leiht sich die 6 Boule-Kugeln seines Vaters für ein Klassenfest aus. Er holt den Kasten mit den Kugeln aus dem Keller und ist erstaunt, wie schwer er ist.

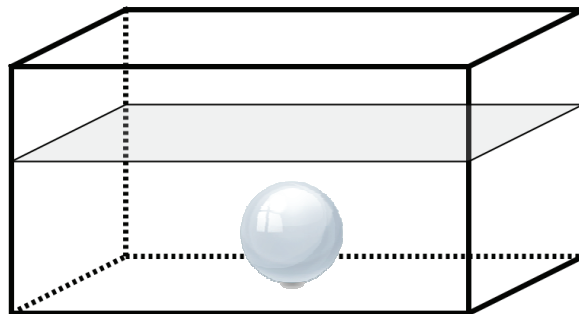


a) Berechne das Gewicht des Kastens mit den 6 Boule-Kugeln, wenn der Kasten ohne die Kugeln 350 g wiegt. (2P)

b) Die Boule-Kugeln liegen in dem Holzkasten auf einer festen Schaumstoffeinlage. Im Kasten berühren die Kugeln jeweils die Seitenwände und die Nachbarkugeln. Die Schaumstoffabdeckung im Deckel bzw. im Boden ist jeweils 2 mm dick. Die Holzkastenwände sind jeweils 4 mm dick. Bestimme die Länge, Breite und Höhe des quaderförmigen Holzkastens, wenn die Kugeln in 2 Dreierreihen nebeneinander im Kasten liegen. (3P)  
*Hinweis: Fertige dir als Hilfe eine Skizze an.*

Bevor Peter die Kugeln wieder zurückbringt, möchte er sie säubern. Er holt sich einen quaderförmigen Kunststoffbehälter, der 20 cm lang, 16 cm breit und 16 cm hoch ist, und füllt ihn bis 3 cm unter den Rand mit Wasser.

*Hinweis:  
Die nebenstehende Abbildung ist nicht maßstabsgetreu.*



c) Berechne die Wassermenge, die sich in dem Behälter befindet. Gib die Menge in  $\text{cm}^3$  und in Litern an. (2P)

d) Peter legt die Kugeln in das Wasser. Sein Freund behauptet, dass das Wasser spätestens nach der 5. Kugel überlaufen wird. Zeige, dass der Freund mit seiner Behauptung Recht hat. (5P)

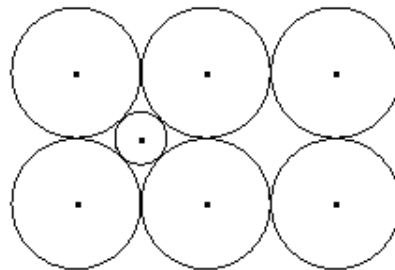
- e) Der Freund schlägt vor, erst die 6 Kugeln in den Behälter zu legen und anschließend das Wasser einzufüllen.

Begründe, dass 6 Kugeln in den Behälter passen und berechne, wie viel Liter Wasser dann noch in den Behälter gefüllt werden kann. (5P)

- f) Zu dem Boule-Spiel gehört auch eine kleinere Zielkugel aus Holz, die bei den verschiedenen Boule-Varianten einen Durchmesser von 25 mm bis 35 mm hat.

Die Zielkugel wird in den Holzkasten zu den Boule-Kugeln so in die Lücke zwischen die Boule-Kugeln eingepackt, wie es in der unten stehenden Abbildung gezeigt wird.

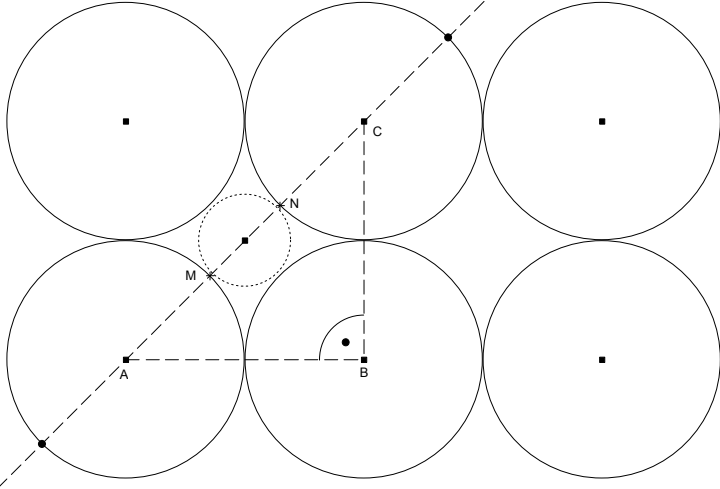
Zeige, dass die Zielkugel mit einem Durchmesser von 30 mm in die Lücke zwischen vier Boule-Kugeln passt, ohne hindurch zu fallen. (5P)



**Erwartungshorizont**

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	<p>Gewicht des Kastens: <math>6 \cdot 740 \text{ g} + 350 \text{ g} = 4790 \text{ g}</math>.</p> <p>Der Kasten mit den Kugeln wiegt also <math>4790 \text{ g}</math> bzw. <math>4,79 \text{ kg}</math></p>	2		
b)	<p>Außenabmessungen des Kastens:</p> <p>Länge: <math>3 \cdot 72 \text{ mm} + 8 \text{ mm} = 224 \text{ mm}</math>, also ist der Kasten <math>22,4 \text{ cm}</math> lang.</p> <p>Breite: <math>2 \cdot 72 \text{ mm} + 8 \text{ mm} = 152 \text{ mm}</math>, also ist der Kasten <math>15,2 \text{ cm}</math> breit.</p> <p>Höhe: <math>1 \cdot 72 \text{ mm} + 8 \text{ mm} + 4 \text{ mm} = 84 \text{ mm}</math>, und der Kasten ist <math>8,4 \text{ cm}</math> hoch.</p>	3		
c)	<p>Wassermenge im Behälter:</p> <p><math>V = V = 20 \cdot 16 \cdot (16 - 3) \text{ cm}^3 = 4160 \text{ cm}^3</math></p> <p>Im Behälter befinden sich <math>4160 \text{ cm}^3 = 4,16 \text{ Liter}</math> Wasser.</p>	1	1	
d)	<p>Volumen einer Kugel:</p> $r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{72}{2} \text{ mm} = 36 \text{ mm} = 3,6 \text{ cm}$ $V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3,6^3 \text{ cm}^3 = 195,4321... \text{ cm}^3 \approx 195,432 \text{ cm}^3.$ <p>Verfügbares (Luft-)Volumen im Behälter:</p> $V_L = 20 \cdot 16 \cdot 3 \text{ cm}^3 = 960 \text{ cm}^3.$ <p>Anzahl der Kugeln, die in das Wasser gelegt werden können, bevor es überläuft:</p> $\frac{960 \text{ cm}^3}{195,432 \text{ cm}^3} = 4,91...$ <p>Der Freund hat Recht. Legt man die 5. Kugel in den Behälter, wird das Wasser überlaufen.</p>		5	
e)	<p>Es passen 2 Kugeln nebeneinander und 2 Kugeln hintereinander und auch 2 Kugeln aufeinander in das Bassin. Also wäre Platz für mindestens 8 Kugeln.</p> <p>Volumen von 6 Kugeln: <math>V_6 = 6 \cdot 195,432 \text{ cm}^3 = 1172,592 \text{ cm}^3</math></p> <p>Volumen des Behälters: <math>V_L = 20 \cdot 16 \cdot 16 \text{ cm}^3 = 5120 \text{ cm}^3</math></p> $5120 \text{ cm}^3 - 1172,592 \text{ cm}^3 = 3987,408 \text{ cm}^3.$ <p>Es passen noch <math>3987,408 \text{ cm}^3</math>, also fast 4 Liter Wasser in den Behälter.</p>		5	

Lehrermaterialien Mathematik

Lösungsskizze		Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
f)	 <p>Der Abstand zwischen <math>A</math> und <math>C</math> kann über den Satz des Pythagoras ermittelt werden:</p> $ AC  = \sqrt{ AB ^2 +  BC ^2}$ <p>Mit <math> AB  = 7,2 \text{ cm}</math> und <math> BC  = 7,2 \text{ cm}</math> gilt:</p> $ AC  = \sqrt{7,2^2 + 7,2^2} = 10,182 \approx 10,18 .$ <p>Für die Länge der Strecke <math>\overline{MN}</math> gilt dann <math> MN  = 10,18 \text{ cm} - 7,2 \text{ cm} = 2,98 \text{ cm} .</math></p> <p>Mit einem Durchmesser von 3 cm passt die Zielkugel also in die Lücke, ohne hindurch zu fallen.</p>			5
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

### Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

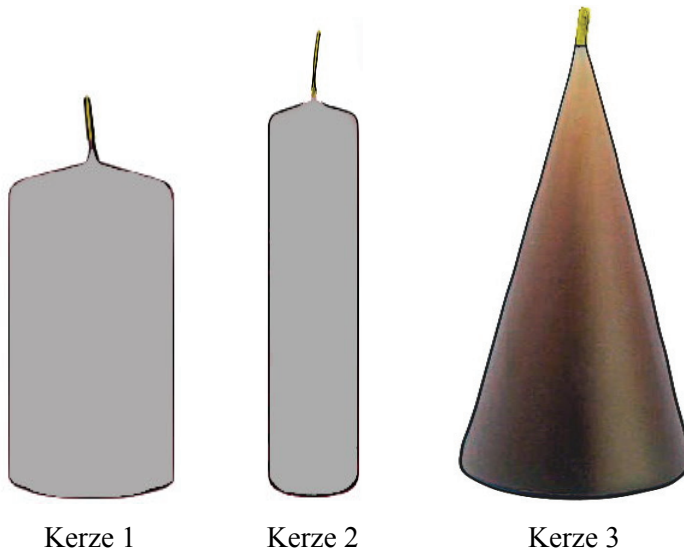
#### Kerzen

(22P.)

Es werden drei unterschiedliche Kerzen betrachtet: Die Kerzen 1 und 2 sind zylinderförmig, Kerze 3 hat die Form eines Kegels mit der Spitze nach oben. Alle drei werden gleichzeitig angezündet.

Dabei lässt sich die jeweilige verbleibende Kerzenhöhe  $y$  (in cm) in Abhängigkeit von der Brenndauer  $x$  (in Stunden) als *Abbrennfunktion* beschreiben.

Das Schaubild in der Anlage zeigt, wie Kerze 1 gleichmäßig abbrennt.



a) Gib mithilfe dieser Grafik an:

- die Höhe der Kerze 1 vor Beginn des Abbrennvorgangs und
- die Dauer des Abbrennvorgangs bis zum vollständigen Abbrennen der Kerze. (2P)

Kerze 2 ist zum Zeitpunkt des Anzündens 18 cm hoch. Nach zwei Stunden ist sie 3 cm kürzer.

b) Zeichne den Graphen der Abbrennfunktion für die Kerze 2 in das Koordinatensystem in der Anlage und gib an, zu welchem Zeitpunkt die Kerze vollständig abgebrannt ist. (4P)

c) Gib mithilfe der grafischen Darstellungen den Zeitpunkt an, zu dem Kerze 1 und Kerze 2 gleich hoch sind. (2P)

d) Begründe, warum die Graphen der Abbrennfunktionen der beiden Kerzen linear sind. (2P)

e) Bestimme die Gleichung der Abbrennfunktion von Kerze 1.

*Hinweis: Falls du die Gleichung nicht bestimmen kannst, rechne weiter mit  $y = 16 - 0,8 \cdot x$ .*

Bestimme mithilfe dieser Gleichung die Brenndauer der Kerze 1, bis sie nur noch 10 cm hoch ist. (6P)

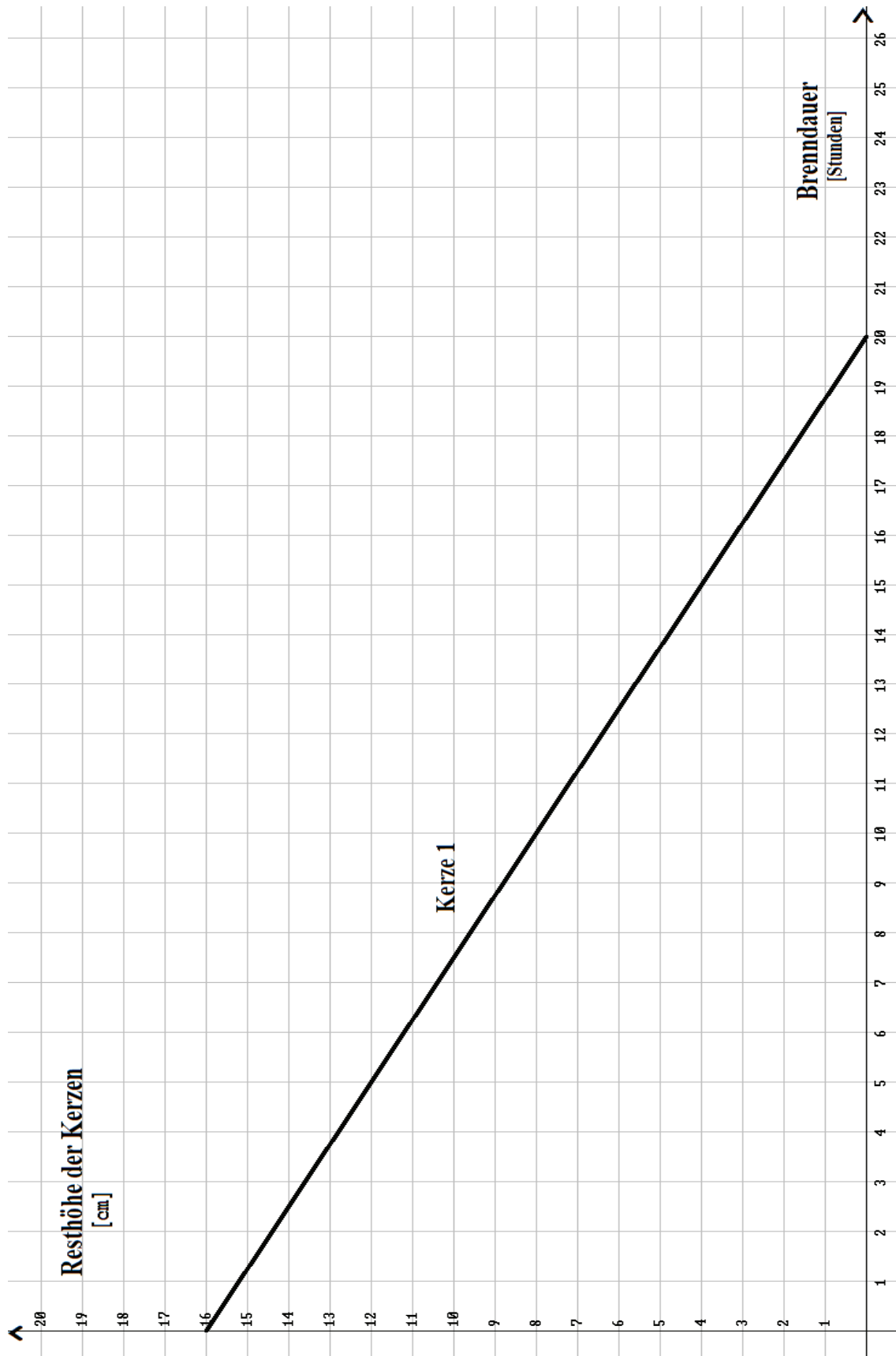
Kerze 3 hat eine Höhe von 20 cm, ihre Brenndauer beträgt 24 Stunden.

f) Begründe, warum die Abbrennfunktion von Kerze 3 nicht linear ist. (2P)

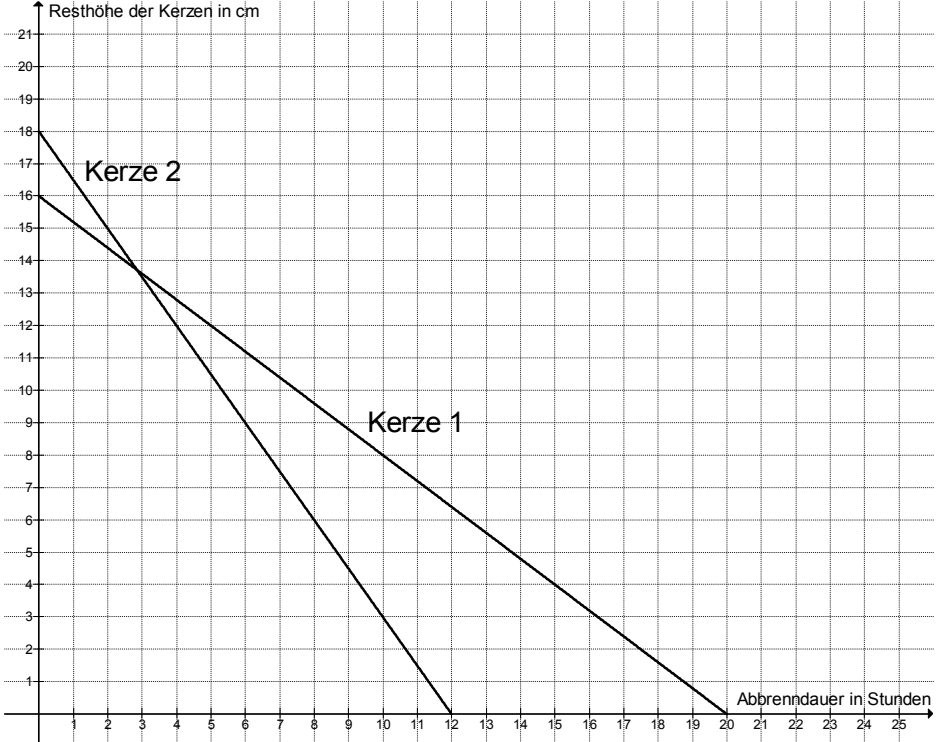
Kerze 1 und Kerze 3 haben zu zwei Zeitpunkten die gleiche Höhe, und zwar nach etwa 12 Minuten und nach etwa 17,5 Stunden.

g) Skizziere unter Verwendung der bekannten Daten den Graphen der Abbrennfunktion von Kerze 3 in der Anlage. (4P)

### Anlage zur Aufgabe „Kerzen“



**Erwartungshorizont**

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Beim Anzünden hat die Kerze eine Höhe von 16 cm.</li> <li>• Nach 20 Stunden ist die Kerze vollständig abgebrannt.</li> </ul>	2		
b)	<p>Aus dem Text ergeben sich die Punkte (0 18) und (2 15).</p>  <p>Die Kerze ist nach 12 Stunden vollständig abgebrannt.</p>	3		
c)	<p>Die gleiche Länge haben die beiden zylinderförmigen Kerzen gerade an der Schnittstelle der beiden „Abbrenngraphen“ erreicht. Das heißt, die Kerzen sind nach etwas weniger als 3 Stunden gleich hoch.</p> <p><i>Die Schnittstelle befindet sich bei <math>x_0 = \frac{20}{7} \approx 2,86</math>, also bei etwa 2 Stunden und 51 Minuten. Diese Genauigkeit wird hier nicht erwartet, sehr wohl allerdings eine Angabe knapp <u>unter</u> 3 Stunden.</i></p>	2		
d)	<p>Durch die Zylinderform der Kerzen liegt immer ein gleicher Querschnitt vor, pro Zeiteinheit brennt also auch immer die gleiche Länge der Kerze ab.</p>		2	

Lehrermaterialien Mathematik

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
e)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bekannt sind die beiden Geradenpunkte <math>(0 16)</math> und <math>(20 0)</math>.</li> </ul> <p>Ausgehend von der allgemeinen Form der Gleichung einer linearen Funktion <math>y = a \cdot x + b</math> erhält man durch Einsetzen der Punkte:</p> <p><math>(0 16)</math>: <math>16 = a \cdot 0 + b</math> und damit <math>b = 16</math>.</p> <p><math>(20 0)</math>: <math>0 = a \cdot 20 + b</math> und weiter <math>0 = a \cdot 20 + 16</math>, <math>a = -\frac{4}{5}</math>.</p> <p>Die Gleichung der Abbrennfunktion von Kerze 1 lautet <math>y = -\frac{4}{5} \cdot x + 16</math> bzw. <math>y = 16 - 0,8x</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gesucht ist der Zeitpunkt, zu dem Kerze 1 noch 10 cm hoch ist:</li> </ul> $10 = -\frac{4}{5} \cdot x + 16$ $\frac{4}{5} \cdot x = 6$ $x = 7,5$ <p>Kerze 1 ist somit nach <math>7\frac{1}{2}</math> Stunden nur noch 10 cm hoch.</p>		3	
f)	<p>Im Gegensatz zu den Kerzen 1 und 2 hat die Kerze 3 einen von oben nach unten zunehmenden Querschnitt, so dass die Abbrennlänge pro Zeiteinheit nicht konstant ist, sondern abnehmen wird.</p>		2	



Lehrermaterialien Mathematik

Lösungsskizze		Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
g)	<p>Um die volle Punktzahl zu erhalten, muss der Graph die folgenden Eigenschaften haben:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Die Kurve muss (an jeder Stelle) gekrümmt sein und darf keinen Knick enthalten.</li> <li>• Die Kurve beginnt bei <math>(0 20)</math> und fällt zunächst stärker als der Graph von Kerze 1, flacht (aber von Anfang an) ab und</li> <li>• schneidet den Graphen von Kerze 1 bei (etwa) 0,2 bzw. bei 17,5</li> <li>• endet bei <math>(24 0)</math> auf der <math>x</math>-Achse.</li> </ul>			
	Insgesamt 22 BWE	8	10	4

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_

## Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

### Chuck your luck

(22P.)

Bei dem Würfelspiel „Chuck your luck“ werden auf einem Spielplan, der die Felder 1 bis 6 aufweist, die Einsätze von jeweils 1 Euro gemacht. Dann wird mit drei Würfeln gewürfelt.

Zeigt **ein** Würfel die gesetzte Augenzahl, so bekommt man den Einsatz von 1 Euro zurück und erhält zusätzlich einen weiteren Euro als Gewinn ausgezahlt.

Zeigen **zwei** Würfel die gesetzte Augenzahl, so bekommt man neben dem Einsatz von 1 Euro weitere 2 Euro Gewinn ausgezahlt.

Zeigen **alle drei** Würfel die gesetzte Augenzahl, so bekommt man neben dem Einsatz weitere 3 Euro ausgezahlt.

Zeigt **kein** Würfel die gesetzte Augenzahl, so ist der Einsatz verloren.

Fritz, Georg und Karl setzen auf dem Spielplan 1 Euro jeweils auf das Feld 6 und würfeln dann jeweils mit drei Würfeln gleichzeitig.

Fritz würfelt die Augenzahlen 1, 3 und 4.

Georg würfelt die Augenzahlen 4, 6 und 6.

Karl würfelt drei Sechsen.



a) Gib jeweils den Gewinn bzw. den Verlust von Fritz, Georg und Karl an. (3P)

b) Bei einem weiteren Versuch setzt Fritz auf die 5. Er wirft die Würfel nacheinander. Der erste Würfel zeigt eine 5, der zweite Würfel zeigt auch eine 5.

- ♦ Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der dritte Würfel ebenfalls eine 5 zeigt.
- ♦ Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der dritte Würfel keine 5 zeigt. (3P)

c) Bestätige durch Symmetrieüberlegungen oder durch Andeutung eines Baumdiagramms,  
♦ dass man 36 unterschiedliche gleichwahrscheinliche Ergebnisse betrachten kann, wenn man mit zwei Würfeln würfelt.  
♦ dass man 216 unterschiedliche gleichwahrscheinliche Ergebnisse betrachten kann, wenn man mit drei Würfeln würfelt. (4P)

d) Georg, der auf „6“ gesetzt hat, überlegt, mit welchen der 216 in c) betrachteten Würfelergbnissen er 2 € gewinnen, also mit seinem Einsatz 3 Euro zurückbekommen würde.

2 mögliche Gewinnergebnisse sind:

	1. Würfel	2. Würfel	3. Würfel
1. Beispiel	4	6	6
2. Beispiel	6	1	6

Bestimme für das Werfen von 3 Würfeln die Anzahl aller Würfelergbnisse mit genau zwei Sechsen. (5P)

e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, **zwei Euro zu gewinnen**, wenn Georg auf die Sechs gesetzt hat. (2P)

f) Karl sagt: „Es gibt drei verschiedene Möglichkeiten zu gewinnen, nämlich 1 €, 2 € oder 3 €, aber nur eine Möglichkeit zu verlieren, nämlich den Verlust des Einsatzes. Dann müsste man bei „Chuck your luck“ auf Dauer häufiger gewinnen als verlieren“.

Zeige, dass Karl nicht Recht hat und dass man auf Dauer häufiger verlieren wird. (5P)

**Erwartungshorizont**

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	<p>Fritz hat nicht gewonnen, sondern seinen Einsatz von 1 € verloren.</p> <p>Georg hat gewonnen und bekommt zusammen mit seinem Einsatz 3 Euro ausgezahlt bzw. Georg hat 2 € gewonnen.</p> <p>Karl hat den Höchstgewinn und bekommt zusammen mit seinem Einsatz insgesamt 4 Euro ausgezahlt bzw. Karl hat 3 € gewonnen.</p>	3		
b)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Bei sechs möglichen Ergebnissen ist die Wahrscheinlichkeit, dass die 5 fällt:  <math display="block">p("5") = \frac{1}{6}</math></li> <li>Die Wahrscheinlichkeit, keine 5 zu würfeln, beträgt:  <math display="block">p("keine 5") = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.</math></li> </ul>	1		
c)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Anzahl der Ergebnisse bei 2 Würfeln: <math> \Omega  = 6^2 = 36</math></li> <li>Anzahl der Ergebnisse bei 3 Würfeln: <math> \Omega  = 6^3 = 216</math></li> </ul> <p>Durch Andeutung eines Baumdiagramms lässt sich die Lösung erkennen. Auch die Darstellung des Ergebnisraums ist eine – wenn auch sehr umständliche und zeitraubende – Möglichkeit der Lösung.</p>		2	
d)	<p>Die Möglichkeiten, genau zwei Sechsen beim Werfen von 3 Würfeln zu würfeln, sind:</p> <p>Erster Würfel zeigt eine 6 und der zweite ebenso: (6, 6, 1), ..., (6, 6, 5), also 5 Möglichkeiten,</p> <p>erster Würfel zeigt eine 6 und der dritte auch: (6, 1, 6), ... (6, 5, 6), also wieder 5 Möglichkeiten,</p> <p>zweiter Würfel zeigt eine 6 und der dritte ebenso: (1, 6, 6), ... ((5, 6, 6), also ebenso 5 Möglichkeiten.</p> <p>Es gibt also 15 Möglichkeiten, mit 3 Würfeln genau zwei Sechsen zu würfeln.</p> <p><i>Schneller geht es über die Formel: Anzahl <math>k</math> der Doppelsechsen: <math>k = \binom{3}{2} \cdot 5 = 15.</math></i></p>			5
e)	$p(A) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Fälle}}{\text{Anzahl der möglichen Fälle}} = \frac{15}{216} \approx 0,069 = 6,9 \%$		2	

Lehrermaterialien Mathematik

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
f)	<p>Die Wahrscheinlichkeit, beim Werfen von 3 Würfeln keine Sechs zu erzielen, beträgt <math>\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{216} = 0,5787... \approx 57,9\%</math>.</p> <p>Dann beträgt die Gewinnwahrscheinlichkeit: <math>100\% - 57,9\% = 42,1\%</math>.</p> <p><i>Alternative:</i></p> <p><i>Es gibt 1 Ergebnis, das zum Hauptgewinn führt (3 Sechsen).</i></p> <p><i>Es gibt 15 Ergebnisse, bei denen man 2 € gewinnt (siehe Aufgabe d)).</i></p> <p><i>Es gibt 75 Ergebnisse, bei denen man 1 € gewinnt (genau 1 Sechs).</i></p> <p><i>Das sind insgesamt 91 Würfelresultate (von 216), die zu einem Gewinn führen.</i></p> <p><i>Gewinnwahrscheinlichkeit: <math>\frac{91}{216} \approx 0,421... = 42,1\%</math>.</i></p>			5
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5