Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss
Schuljahr 2011/2012

24. April 2012, 9.00 Uhr

Mathematik

Aufgabensatz – HAUPTTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines
2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben
3 Hinweise zum Korrekturverfahren
4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und die Bewertung für jede Aufgabe

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner und ohne das Formelblatt zu bearbeiten) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V**).
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält beide Prüfungsteile (**Aufgabe I** sowie die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben**) ohne den Taschenrechner und ohne das Formelblatt in die Hand. Eine Einlesezeit von bis zu 20 Minuten kann gewährt werden. In dieser Zeit darf noch nicht mit der Bearbeitung der Aufgaben begonnen werden. Die Aufgabe I ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I seinen Taschenrechner und das Formelblatt und bearbeitet die von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben auf Extrablättern.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden in kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2012 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔							
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
III	a)	b)	c)	d)	e)			
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
							Summe der BWE ➔	

Bewertungstext

Note ➔	

Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Realschulabschlussprüfung 2012 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔							
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
III	a)	b)	c)	d)	e)			
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
							Summe der BWE ➔	

Bewertungstext

Note ➔	

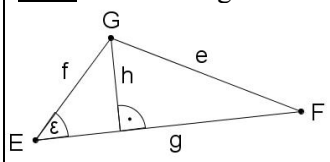
Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe I – ohne Taschenrechner (34P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung". Eine Begründung wird nicht verlangt. (24P)

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	0,5 kg =	5 000 g	500 g	50 g	5 g	
b)	$\frac{1}{2}$ entspricht	mehr als 90 %	85 %	50 %	20 %	
c)	$\frac{1}{8}l =$	125 dm^3	12,5 dm^3	1,25 dm^3	125 cm^3	
d)	$\frac{3}{7}+\frac{3}{4}=$	$\frac{6}{11}$	$\frac{33}{28}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{9}{28}$	
e)	Es ist 23.17 Uhr. Wie lange dauert es bis 6.30 Uhr am nächsten Morgen?	$7\frac{1}{2}$ h	413 min	6 h 47 min	7 h 13 min	
f)	$-99-99=$	0	-198	$+118$	-218	
g)	Welches Dreieck lässt sich <u>nicht</u> konstruieren?	$a = b = c =$ 7 cm	$\alpha=\beta=\gamma=60°$	a = 7 cm, $\beta=\gamma=95°$	a = 1 cm, $\beta=\gamma=45°$	
h)	$2{,}3\cdot 600\cdot\frac{1}{6}=$	2,3	$\frac{23}{100}$	230	23	
i)	10 Stunden entsprechen	3 600 min	36 000 s	6 000 s	60 000 s	
j)	Ein Spielwürfel ist auf je zwei Seiten mit den Zahlen 1, 4 und 9 beschriftet. Wie wahrscheinlich ist es, eine 9 zu würfeln?	$\frac{1}{3}$	40 %	$\frac{4}{3}$	1	
k)	Eine Münze (<u>K</u>opf, <u>Z</u>ahl) wird dreimal hintereinander geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, in dieser Reihenfolge KKZ zu werfen, beträgt	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
l)	Es gilt: $\frac{a-5}{7}=0$. Dann ist $a=$	–5	–2	5	7	
m)	$\frac{x^2+4}{4}=x$ ist richtig für	$x=-1$	$x=0$	$x=1$	$x=2$	
n)	Die kleinste Zahl ist	0,0004	0,000401	0,0399	0,0039	
o)	Welche Aussage ist falsch?	Jedes Rechteck ist ein Parallelogramm.	Jedes Quadrat ist ein Drachen.	Jedes Trapez ist ein Viereck.	Jedes Trapez ist eine Raute.	
p)	$13{,}4\cdot 0{,}5=$	6,7	5,7	7,7	4,7	
q)	In einem rechtwinkligen Dreieck gilt: $a^2+b^2=c^2$. Dann gilt immer	$a=c$	$b=c$	$a<c$	$a<b$	
r)	30 % einer Fläche sind 9 900 m². Die Größe der gesamten Fläche beträgt	30 000 m²	33 000 m²	2 970 m²	36 000 m²	
s)	Für eine Parabel gilt: $f(x)=a\cdot x^2+b$. Der Scheitelpunkt der Parabel ist dann	$S(0\mid b)$	$S(a\mid b)$	$S(0\mid a)$	$S(a\mid 0)$	
t)	Ein Würfel hat eine Oberfläche von 96 cm². Dann hat er ein Volumen von	32 cm³	48 cm³	64 cm³	72 cm³	
u)	Für eine Funktion g gilt: $g(x)=m\cdot x+n\ (m,n>0)$ Der Graph von g ist	eine fallende Gerade	eine ansteigende Gerade	parallel zur x-Achse	eine Parabel	
v)	Das Dreieck EFG ist <u>nicht</u> rechtwinklig.  Es gilt:	$\sin\varepsilon=\frac{e}{g}$	$\sin\varepsilon=\frac{f}{g}$	$\sin\varepsilon=\frac{e}{f}$	$\sin\varepsilon=\frac{h}{f}$	
w)	$\frac{1}{3}=$	$33\frac{1}{3}$ %	36,3 %	33 %	30 %	
x)	$a\sqrt{2}$ ist dasselbe wie	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2a}$	$\sqrt{2a^2}$	$\sqrt{a^4}$	

2. Bestimme jeweils die Lösung(en) der folgenden Gleichungen. (6P)

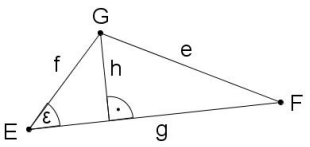
a) $-7x + 4 = 2 \cdot (x - 7)$

b) $x^2 - 2x - 35 = 0$

3. Beim Kauf von Blumen für ihren Balkon erhält Frau Pflanz Flüssigdünger (4 *l* Dünger für 1000 *l* Wasser). Berechne wie viel *ml* Dünger sie für 5 *l* Wasser benötigt. (4P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
a)	0,5 kg =	500 g	**B**	1		
b)	$\frac{1}{2}$ entspricht	50 %	**C**	1		
c)	$\frac{1}{8}l =$	125 cm^3	**D**	1		
d)	$\frac{3}{7}+\frac{3}{4}=$	$\frac{33}{28}$	**B**	1		
e)	Es ist 23.17 Uhr. Wie lange dauert es bis 6.30 Uhr am nächsten Morgen?	7 h 13 min	**D**	1		
f)	$-99-99=$	-198	**B**		1	
g)	Welches Dreieck lässt sich <u>nicht</u> konstruieren?	$a = 7$ cm $\beta = \gamma = 95°$	**C**			1
h)	$2{,}3 \cdot 600 \cdot \frac{1}{6} =$	230	**C**		1	
1)	10 Stunden entsprechen	36 000 s	**B**		1	
j)	Ein Spielwürfel ist auf je zwei Seiten mit den Zahlen 1, 4 und 9 beschriftet. Wie wahrscheinlich ist es, eine 9 zu würfeln?	$\frac{1}{3}$	**A**		1	
k)	Eine Münze (<u>K</u>opf, <u>Z</u>ahl) wird dreimal hintereinander geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, in dieser Reihenfolge KKZ zu werfen, beträgt	$\frac{1}{8}$	**C**		1	

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
l)	Es gilt: $\frac{a-5}{7}=0$. Dann ist $a=$	5	**C**		1	
m)	$\frac{x^2+4}{4}=x$ ist richtig für	$x=2$	**D**			1
n)	Die kleinste Zahl ist	0,0004	**A**	1		
o)	Welche Aussage ist falsch?	Jedes Trapez ist eine Raute	**D**		1	
p)	$13{,}4\cdot 0{,}5=$	6,7	**A**	1		
q)	In einem rechtwinkligen Dreieck gilt: $a^2+b^2=c^2$. Dann gilt immer	$a<c$	**C**			1
r)	30 % einer Fläche sind 9 900 m^2. Die Größe der gesamten Fläche beträgt	33 000 m^2	**B**		1	
s)	Für eine Parabel gilt: $f(x)=a\cdot x^2+b$. Der Scheitelpunkt der Parabel ist dann	$S(0\mid b)$	**A**			1
t)	Ein Würfel hat eine Oberfläche von 96 cm^2. Dann hat er ein Volumen von	64 cm^3	**C**		1	
u)	Für eine Funktion g gilt: $g(x)=m\cdot x+n\ (m,n>0)$. Der Graph von g ist	eine ansteigende Gerade	**B**		1	
v)		$\sin\varepsilon=\frac{h}{f}$	**D**			1
w)	$\frac{1}{3}=$	$33\frac{1}{3}\,\%$	**A**		1	
x)	$a\sqrt{2}$ ist dasselbe wie	$\sqrt{2a^2}$	**C**			1

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	a) $-7x+4=2\cdot(x-7)$ $-7x+4=2x-14$ $18=9x$ $2=x$ Die Gleichung hat die Lösung 2. *oder* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $\{2\}$. b) $x^2-2x-35=0$ $x_{1,2}=1\pm\sqrt{1+35}$ $x_{1,2}=1\pm 6$ $x_1=7$ $x_2=-5$ Die Gleichung hat die Lösungen –5 und 7. *oder* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $\{-5;7\}$.	3	3	
3.	1000 *l* → 4 *l* 5 *l* → *x l* $x=\frac{5\cdot 4}{1000}=0{,}020$ Sie benötigt für 5 *l* Wasser 20 *ml* Dünger. *Andere Lösungsansätze sind möglich!*		3	1
	Insgesamt 34 BWE	10	17	7

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

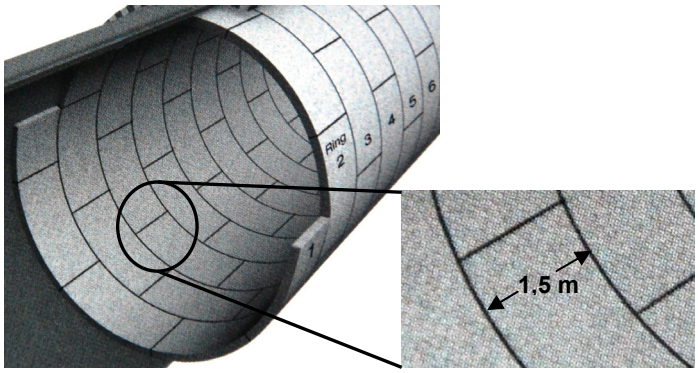
Hamburg baut die U 4 (22P)

Die Neubaustrecke der Hamburger U-Bahn zwischen Jungfernstieg und Hafencity-Universität beträgt ca. 4 000 m, davon werden 2,8 km unterirdisch mit einem Tunnelbohrer gebohrt. Der Rest der Strecke verläuft oberirdisch.

a) Berechne, wie viel Prozent der Gesamtstrecke unterirdisch gebaut wird. (3P)

Der Tunnelbohrer hat eine mittlere Bohrleistung von 9 m pro Tag. Es werden nacheinander 2 Röhren gebohrt.

b) Bestimme die Dauer der Bohrarbeiten. (2P)

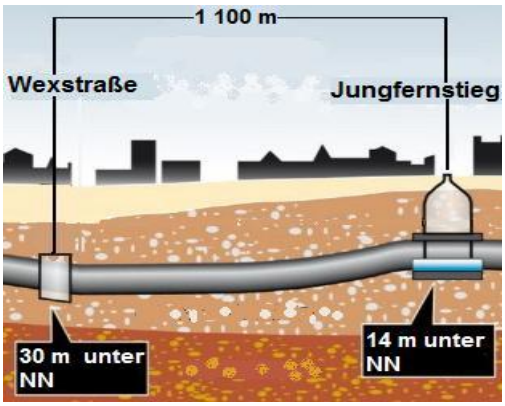


Nach dem Ausheben des Erdreichs werden Ringe aus Stahlbeton als Tunnelwände eingelegt. Ein Ring ist 1,5 m breit und besteht aus 7 gebogenen Teilen.

c) Bestätige durch Rechnung, dass man mit 28 000 gebogenen Teilen auskommt. (3P)

Der Durchmesser des Tunnelbohrers beträgt 6,57 m.

d) Bestimme das Volumen des Erdreichs, das aus den beiden Röhren abtransportiert werden muss. (3P)



Die tiefste Stelle der Strecke U4 liegt unter der Wexstraße.

Dort verlaufen die Röhren 30 m unter NN (Normalnull).

1 100 m weiter (siehe nebenstehende Abbildung) befindet sich die Einfahrt der Haltestelle am Jungfernstieg. Diese liegt 14 m unter NN.

e) Ermittle die durchschnittliche Steigung der Strecke von der tiefsten Stelle bis zur Einfahrt in die Haltestelle „Jungfernstieg“ in Prozent sowie den zugehörigen Steigungswinkel. (6P)

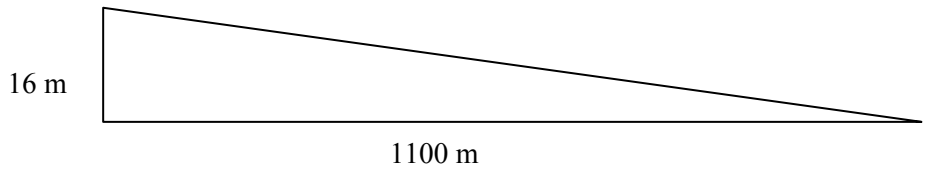
Die Hamburger Hochbahn wirbt:

Wir fahren auf Teilen dieser Strecke mit einer Höchst-geschwindigkeit von 80 km/h.

Die Fahrt von der Haltestelle „Jungfernstieg“ bis zur 2,8 km entfernten Haltestelle „Überseequartier“ beträgt knapp unter 3 Minuten.

f) Beurteile die oben genannte Aussage. (5P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	$\frac{2\,800}{4\,000} = 0{,}7 = 70\,\%$ 70 % der Gesamtstrecke werden unterirdisch gebaut.	3		
b)	$\frac{2\,800}{9} \cdot 2 \approx 622{,}22$ Der Tunnelbohrer benötigt mehr als 622 Tage.	2		
c)	$2 \cdot 2\,800$ m = 5 600 m 5 600 : 1,5 = 3 733,3 *Hier muss – entgegen der mathematischen Rundungsregel – auf 3734 aufgerundet werden.* 3 734 · 7 = 26 138 Es werden ca. 26 138 Elemente benötigt. Die Anzahl von 28 000 Elementen ist mehr als ausreichend. *Andere Lösungswege sind möglich.*	1	2	
d)	5 600 m Länge (= Zylinderhöhe); d = 6,57 m; r = 3,285 m $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ $V = 3{,}285^2 \cdot \pi \cdot 5\,600 = 189\,849{,}145...$ Das Volumen beträgt etwa 190 000 m³.	1	2	
e)	 $m = \frac{16}{1100} = 0{,}01454... \approx 1{,}45\,\%$ Die Steigung beträgt 1,45 %. $\tan\alpha = 0{,}014545$ $\alpha \approx 0{,}83°$ Der Steigungswinkel beträgt etwa 0,8°.		4	2

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
f)	3 min $\rightarrow$ 2 800 m 60 min $\rightarrow$ x m $x = \frac{2\,800 \cdot 60}{3} = 56\,000$ Die Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt 56 km/h (bei einer Fahrzeit von genau 3 Minuten). *Es gilt auch ca. 60 km/h (bei einer Fahrzeit unter 3 Minuten).* Schlussfolgerung: Da die Geschwindigkeit beim Anfahren und Abbremsen aber deutlich geringer ist, ist es wahrscheinlich richtig, dass für eine gewisse Zeit die Geschwindigkeit von 80 km/h erreicht wird.		3	2
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4

Aufgabe III – Idee von Raum und Form und des Messens

Oktaeder – (k)eine Mogelpackung (22P)

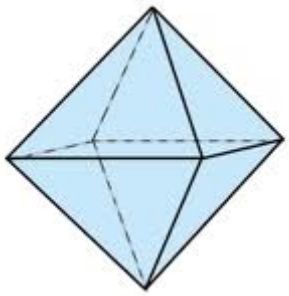
Die Firma Linderello möchte für ihre Schokokugeln eine neue Verpackung einführen.

Geplant ist eine Verpackung für 30 Schokokugeln.
Das Volumen einer Schokokugel beträgt ungefähr 3,05 cm^3.

a) Berechne das Volumen der 30 Schokokugeln. (3P)

Sieger in einem Ideenwettbewerb wurde eine Verpackung in Form eines Oktaeders.

Unberücksichtigt bleiben im Folgenden technische Details, wie zum Beispiel die Öffnungslaschen der Verpackung.



Um Verbraucher zu schützen, wurde vom Gesetzgeber das „Eichgesetz“ verabschiedet.
Danach gilt:

> Wenn der Inhalt einer Verpackung nicht mindestens 70 % des Verpackungsvolumens ausmacht, gelten Verpackungen als Mogelpackungen.

b) Das Oktaeder hat ein Volumen von 224 cm^3. Überprüfe durch Rechnung, ob die von Linderello geplante Verpackung der Vorgabe des Eichgesetzes entspricht! (3P)

c) Berechne die Anzahl der Schokokugeln, die verpackt werden müssen, damit diese Verpackung keine Mogelpackung ist. (4P)

Das Oktaeder hat eine Kantenlänge a = 7,8 cm.

Ein Praktikant der Firma Linderello soll überprüfen, ob das Volumen der Siegerverpackung tatsächlich 224 cm^3 beträgt.

Steckbrief: *Oktaeder*

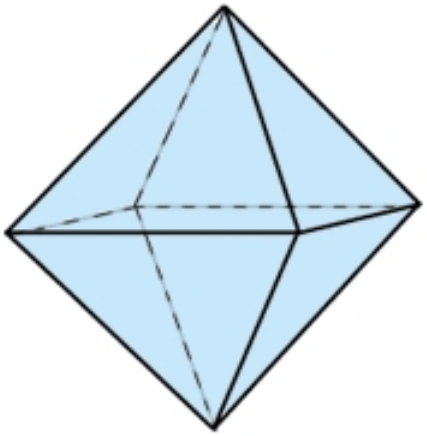
►zwei zueinander kongruente quadratische Pyramiden,

►Grundflächen liegen aufeinander,

►12 gleich lange Kanten,

► 8 gleichseitige kongruente Dreiecke,

► 6 Ecken



d) Beschreibe in Stichworten, wie der Praktikant das Volumen berechnen kann.
Nenne die Größen, die ermittelt werden müssen.
Beachte, dass nur die Kantenlänge a bekannt ist. (6P)

e) Bestimme das Volumen des Oktaeders. (6P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Das Volumen einer Kugel beträgt ungefähr 3,05 cm³. Volumen von 30 Kugeln: $30 \cdot 3{,}05 = 91{,}5$. Das Volumen von 30 Schokokugeln beträgt ungefähr 91,5 cm³.	3		
b)	$\frac{91{,}5}{224} = 0{,}4084... \approx 40{,}8\,\%$ *Andere Lösungswege möglich.* Es handelt sich um eine Mogelpackung, weil der Anteil des Inhalts an der Verpackung kleiner als 70 % ist.	3		
c)	70 % von 224 cm³ = 156,8 cm³ *(Mindestvolumen nach dem Eichgesetz)* Volumen von einer Kugel *(siehe a):* 3,05 cm³ $\frac{156{,}8}{3{,}05} = 51{,}4...$ Es handelt sich um keine Mogelpackung, wenn mindestens 52 Schokokugeln verpackt werden. *Hier muss, abweichend von den mathematischen Rundungsregeln, aufgerundet werden.* *Andere Lösungswege möglich.*		4	
d)	• Volumen *einer* (quadratischen) Pyramide berechnen: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$ (siehe Formelsammlung) Dazu muss ➢ die quadratische Grundfläche berechnet werden: $G_{\text{Quadrat}} = a^2$, ➢ die Körperhöhe der Pyramide berechnet werden (über den Satz des Pythagoras im Dreieck mit den Seiten a, der halben Länge der Diagonalen der Grundfläche sowie der Pyramidenhöhe oder in zweimaliger Anwendung des Pythagoras (erst Berechnung einer Dreieckshöhe, dann Berechnung der Pyramidenhöhe) • Schließlich muss das Pyramidenvolumen verdoppelt werden. *Die Beschreibung anderer Wege ist möglich.*		4	2

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
e)	• Berechnung der Körperhöhe h über die Dreieckshöhe h_D: $h_D^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ $h_D = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$ $h_D = 6{,}7549... \approx 6{,}75$ Dann ist $h^2 = h_D^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ $h = \sqrt{h_D^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ $h = 5{,}515...$ *Alternative Berechnung über die halbe Diagonale der Grundfläche:* $d^2 = 2a^2$ $d = a \cdot \sqrt{2} = 11{,}030...$ $\frac{d}{2} = 5{,}515...$ *Dann ist* $h^2 = a^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2$ $h = \sqrt{7{,}8^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$ $h = 5{,}515...$ • Grundfläche berechnen: $a^2 = 7{,}8^2 = 60{,}84$ • Volumen berechnen: $V = \frac{1}{3} \cdot 60{,}84 \cdot 5{,}515 = 111{,}8442$ • Volumen verdoppeln: $V_{Oktaeder} = 2 \cdot V = 223{,}6884$ Der Oktaeder hat ein Volumen von ca. 224 cm^3. Die Angaben des Herstellers sind also korrekt. *Auf unterschiedliche Ergebnisse aufgrund von Rundungen ist zu achten.* *Zur Kontrolle(wird nicht erwartet):* *Nach der Volumenformel für den Oktaeder ergibt sich* $V_O = \frac{a^3}{3} \cdot \sqrt{2} = 223{,}705...$		3	3
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Social Network (22P)

Die Internet-Plattform „facebook“ ist bei Hamburger Schülerinnen und Schülern beliebt. An einem Tag melden sich die ersten drei Schüler einer Stadtteilschule bei „facebook“ an.

Jedes „facebook“-Mitglied der Schule lädt jeden Tag einen weiteren Schüler ins Netzwerk ein, der die Einladung noch im Laufe des Tages bestätigt.

a) Vervollständige die Wertetabelle a) in der Anlage. (3P)

Nach sieben Tagen sind bereits 384 Stadtteilschüler „facebook“-Mitglieder. Es kommen an den weiteren Tagen 220 Stadtteilschüler pro Tag neu hinzu.

b) Vervollständige die Wertetabelle b) in der Anlage. (2P)

Vom zehnten bis zum Ende des 14. Tages erfolgt der Mitgliederzuwachs immer langsamer, da immer mehr Schüler bereits bei „facebook“ angemeldet sind.
In der Anlage sind vier mögliche graphische Darstellungen für die Entwicklung der Mitgliederzahl innerhalb des gesamten Beobachtungszeitraums gegeben.

c) Wähle denjenigen Funktionsgraphen aus, der die Entwicklung geeignet beschreibt. Begründe deine Auswahl. (3P)

d) Wähle nun <u>genau einen</u> der verbleibenden drei Funktionsgraphen aus und begründe, warum du diesen nicht für geeignet hältst. (3P)

Die Entwicklung der Mitgliederzahl kann in Abhängigkeit von der Zeit x (in Tagen) in den einzelnen Zeitabschnitten durch unterschiedliche Funktionsterme beschrieben werden:

$$f(x)=\begin{cases} 3\cdot 2^x & \text{für } 0\le x\le 7 \quad \text{(erster Zeitabschnitt)} \\ ? & \text{für } 7<x\le 10 \quad \text{(zweiter Zeitabschnitt)} \\ -27{,}5x^2+770x-3906 & \text{für } 10<x\le 14 \quad \text{(dritter Zeitabschnitt)} \end{cases}$$

Nach 14 Tagen sind bereits 1 484 Schüler der Schule Mitglieder bei „facebook“.

e) Bestätige anhand der dir bekannten Daten durch je eine Beispielrechnung, dass die beiden gegebenen Funktionsterme die Mitgliederzahl in den entsprechenden Zeiträumen tatsächlich beschreiben. (4P)

f) Bestimme den fehlenden Funktionsterm für den zweiten Zeitabschnitt. (4P)

g) Gib eine sinnvolle Fragestellung an, die mithilfe dieses Funktionsterms beantwortet werden kann, und beschreibe kurz, wie du die entsprechende Antwort erhältst. (3P)

Anlage zur Aufgabe „Social Network“

Zum Aufgabenteil a)

Erster Zeitabschnitt:

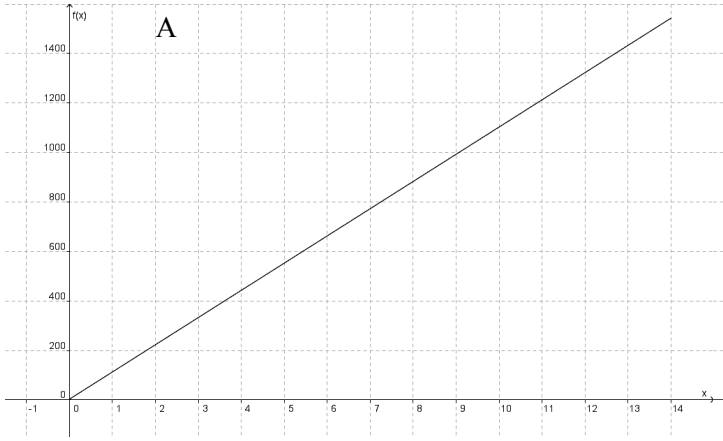
Tag	0	1	2	3
Anzahl der Mitglieder	3			

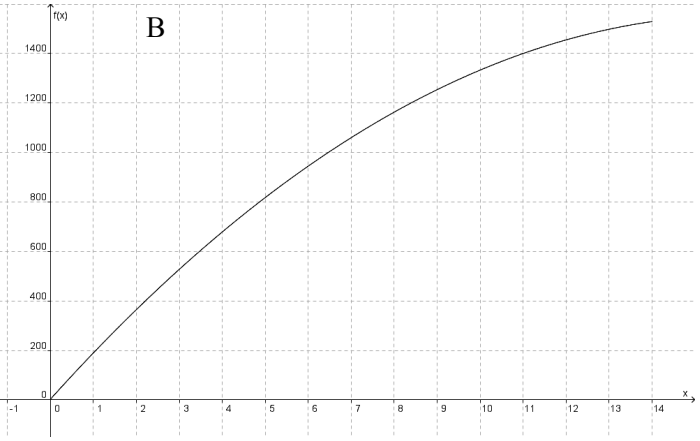
Zum Aufgabenteil b)

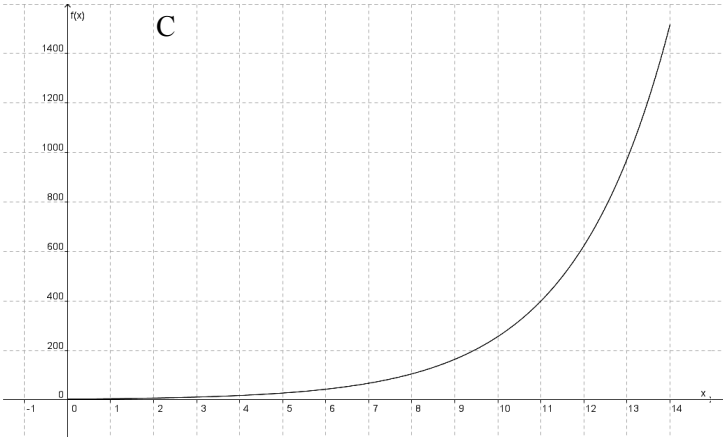
Zweiter Zeitabschnitt:

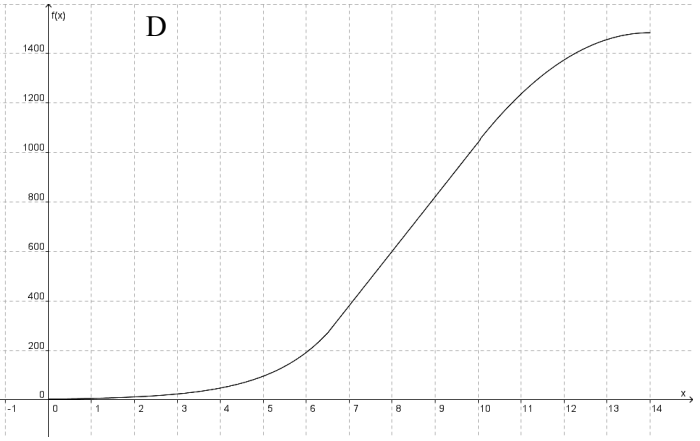
Tag	7	8	9
Anzahl der Mitglieder	384		

Zu den Aufgabenteilen c) und d)









Erwartungshorizont

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><td>Tag</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Anzahl der Mitglieder</td><td>3</td><td>6</td><td>12</td><td>24</td></tr>
</table>
</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>
<table>
<tr><td>Tag</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>Anzahl der Mitglieder</td><td>384</td><td>604</td><td>824</td></tr>
</table>
</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Graphik D modelliert den vorgestellten Sachverhalt in geeigneter Weise.
Zunächst wächst die Mitgliederzahl immer schneller an, wächst dann linear, um schließlich, wenn immer mehr Stadtteilschüler bereits angemeldet sind, immer langsamer zuzunehmen.</td><td></td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Bei Auswahl von Graphik A:
Graphik A kommt nicht infrage, weil hier durchgängig das lineare Wachstum des zweiten Beobachtungsabschnitts zugrunde gelegt wird, das aber auf den ersten (exponentiell verlaufenden) Abschnitt und den dritten (quadratisch verlaufenden) Abschnitt nicht zutrifft. Ferner sind nach 7 Tagen hier bereits über 700 Schüler angemeldet, was dem Eintrag in der Wertetabelle in der Anlage zum Aufgabenteil b) widerspricht.
Bei Auswahl von Graphik B:
Graphik B kommt nicht infrage, weil hier nirgends eine lineare Zunahme erfolgt (der Funktionsgraph ist ein Parabelast), wie sie jedoch der mittlere Beobachtungsabschnitt vorgibt. Nach 7 Tagen wären zudem deutlich mehr Schüler (mehr als 1 000) angemeldet als dem Wertetabelleneintrag in der Anlage zum Aufgabenteil b) gemäß.
Bei Auswahl von Graphik C:
Graphik C kommt nicht infrage, weil hier ausschließlich mit einer Exponentialfunktion modelliert wird. Darüber hinaus sind hier nach 7 Tagen deutlich weniger Schüler (weniger als 100) angemeldet als im Wertetabelleneintrag in der Anlage zum Aufgabenteil b) angegeben.
Es sind auch andere schlüssige Argumentationen möglich.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Funktionsgleichung für den ersten Zeitabschnitt: $f(x)=3\cdot 2^x$
Beispielrechnung für den Tag 0:
$f(0)=3\cdot 2^0=3\cdot 1=3$ (Schüler sind bei Facebook angemeldet).
Funktionsgleichung für den dritten Zeitabschnitt:
$f(x)=-27{,}5\cdot x^2+770\cdot x-3906$
Beispielrechnung für den Tag 14:
$f(14)=-27{,}5\cdot 14^2+770\cdot 14-3906=1484$ (Schüler sind bei Facebook angemeldet).</td><td></td><td>2
2</td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
f)	Im zweiten Zeitabschnitt entwickeln sich die Anmeldezahlen linear. Dies führt auf den Ansatz $f(x) = m \cdot x + n$. Aus den Angaben im Vortext zum Aufgabenteil b) lässt sich sofort $m = 220$ ermitteln. Zur Bestimmung von n setze man ein beliebiges Wertepaar – z. B. das gegebene Paar $(7\,\vert\,384)$ – in die Ansatzgleichung ein und löse nach n auf: $384 = 220 \cdot 7 + n \Leftrightarrow n = -1156$. Also ist $y = 220 \cdot x - 1156$ die gesuchte Funktionsgleichung. *Alternative Lösungswege:* 1. $f(x) = 384 + (x-7) \cdot 220 = 220x - 1156$ 2. Gleichung der Gerade durch die Punkte $(7\,\vert\,384)$ und $(9\,\vert\,824)$: $384 = a \cdot 7 + b$ $824 = a \cdot 9 + b$ Daraus folgt $2a = 440$ und damit $a = 220$. Weiter wie oben.		1	1 2
g)	Eine sinnvolle Fragestellung, die mithilfe des hier ermittelten Funktionsterms beantwortet werden kann, lautet z.B.: „Wie viele Schüler der Stadtteilschule sind nach 8 Tagen bei Facebook angemeldet?“ Die Antwort erhält man durch Einsetzen von $x = 8$ in die Gleichung: $y = 220 \cdot x - 1156$. *Andere sinnvolle Fragestellungen sind möglich.*		2 1	
	Insgesamt 22 BWE	5	12	5

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

Wiedergabeliste eines mp3-Players (22P)

Tina hat auf ihrem mp3-Player insgesamt 1 218 Titel gespeichert. Tina hört ihre Musik mit dem Zufallsgenerator. Der Zufallsgenerator wählt die Titel mit gleicher Wahrscheinlichkeit nacheinander aus. Dann wird das Lied abgespielt. Wiederholungen des gleichen Titels sind **nicht ausgeschlossen**.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Tina vorher erraten kann, welches Lied von ihrem mp3-Player als Erstes abgespielt wird. (2P)

Aus der Gruppe „Hip-Hop“ hat sie fünf Interpreten mit 12, 34, 18, 41 und 25 Titeln gespeichert.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass ein Titel aus der Gruppe „Hip-Hop“ abgespielt wird. (3P)

Für ihre fünf Lieblingstitel hat Tina eine Wiedergabeliste erstellt. Es werden jetzt nur diese fünf Titel immer wieder in zufälliger Reihenfolge abgespielt. Die folgende Tabelle gibt an, wie oft jeder Titel gespielt wurde:

Nummer	Album	Interpret	**Titel**	Anzahl
1	San Francisco	Cascada	**San Francisco**	18
2	Versus	Usher	**More**	12
3	Teenage Dream	Katy Perry	**E.T.**	17
4	Sale el Sol	Shakira	**Rabiosa**	23
5	Who You Are	Jessie J&B.o.B.	**Price Tag**	22

c) Ermittle die relative Häufigkeit des Titels, der am meisten gespielt wurde. (4P)

d) Beurteile, inwieweit der berechnete Wert dem zu erwartenden Wert entspricht und begründe die Abweichung. (4P)

Tina hat noch Zeit, zwei Titel ihrer Wiedergabeliste zu hören. Sie hofft auf die Titel „More“ und „E.T.“. Ihr ist es egal, in welcher Reihenfolge die Lieder abgespielt werden.

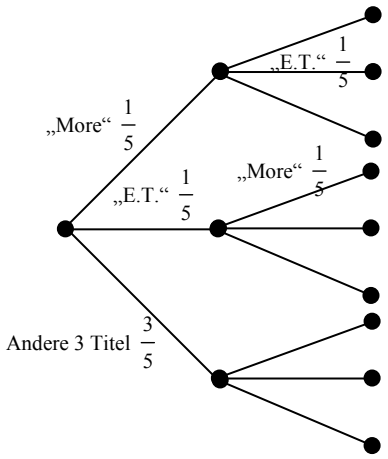
e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis. (5P)

Tinas beste Freundin Steffi hat dieselben Lieblingstitel in einer Wiedergabeliste auf ihrem mp3-Player gespeichert. Beide Freundinnen hören nun die Songs ihrer Liste ab.

f) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Steffi und Tina <u>zu Beginn</u> denselben Titel hören werden. (4P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Wahrscheinlichkeit beträgt 1 zu 1 218. *Andere Lösungsmöglichkeiten*: $\frac{1}{1\,218}$ *oder ca. 0,08 %.*	2		
b)	$\frac{12+34+18+41+25}{1\,218}=\frac{130}{1\,218}=0{,}1067...$ Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis beträgt etwa 10,7 %.	3		
c)	Titel Nr. 4 wurde am häufigsten abgespielt. $\frac{23}{18+12+17+23+22}=\frac{23}{92}=0{,}25$ Die relative Häufigkeit beträgt 25 %.		3	1
d)	Bei 5 Titeln und zufälliger Wiedergabe beträgt der Erwartungswert für jeden Titel $\frac{1}{5}$ bzw. 20 %. Die Abweichung ergibt sich aus der insgesamt noch zu geringen Anzahl der abgespielten Titel. Die relative Häufigkeit für jeden der 5 Titel, wird sich bei einer höheren Anzahl der abgespielten Titel dem erwarteten Wert annähern, wenn der Player die Titel tatsächlich unabhängig voneinander mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit auswählt.			4

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
e)	Lösung z.B. über ein Baumdiagramm:  $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}\cdot 2=\frac{2}{25}=0{,}08$ Die Wahrscheinlichkeit, die beiden Wunschtitel hintereinander zu hören, beträgt 8 %.		5	
f)	Die Wahrscheinlichkeit, auf beiden mp3-Playern zu Beginn einen bestimmten der 5 Titel gleichzeitig zu hören, beträgt $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{25}$. Da es 5 Titel sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, irgendeinen der 5 Titel gleichzeitig zu hören, $5\cdot\frac{1}{25}=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}=0{,}2=20\,\%$.		4	
	Insgesamt 22 BWE	5	12	5