Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt

Schriftliche Abschlussprüfung Mathematik
Schuljahr 2001/2002
Realschulbildungsgang
10. Schuljahrgang

Pflichtaufgaben

1.

a) Lösen Sie die Gleichung $\frac{5}{7} + x = 1$, $(x \in R)$.

b) Welches der Zeichen >, <, = ist einzusetzen, so dass eine wahre Aussage entsteht?

$\frac{1}{3}$ von 270 ...... 30 % von 270

c) Im folgenden Diagramm ist die Anzahl der Fahrschüler einer Schule für die Schuljahre 1995/96 bis 1999/2000 dargestellt (siehe Bild 1).

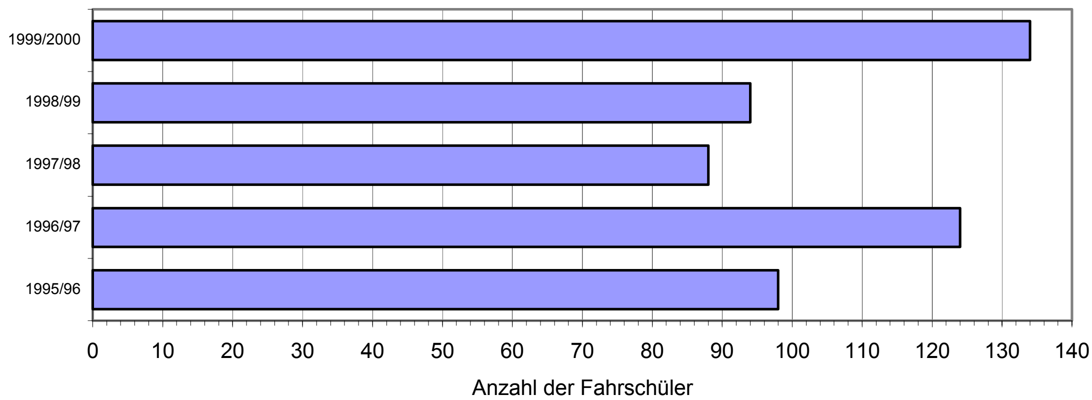

Bild 1

- Ermitteln Sie die durchschnittliche Anzahl der Fahrschüler im vorgegebenen Zeitraum.
- Geben Sie die Schuljahre an, in denen die Anzahl der Fahrschüler über dem Durchschnitt lag.

d) Welche der folgenden Flächenangaben sind gleich groß?

(I) 7,5 dm² (II) 0,75 m² (III) $7\frac{1}{2}$ dm² (IV) 750 cm² (V) $\frac{15}{2}$ m²

e) Skizzieren Sie in einem rechtwinkligen Koordinatensystem den Graphen der Funktion f mit $y = f(x) = 3\sin x$ mindestens im Intervall $0 \leq x \leq 2\pi$ (bzw. $0° \leq x \leq 360°$).

f) Ermitteln Sie den Flächeninhalt der im Bild 2 dargestellten Figur. Erforderliche Größen sind dem Bild 2 zu entnehmen.

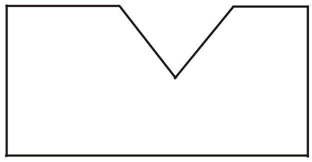

Bild 2

g) Begründen Sie, dass für alle reellen Zahlen a gilt: $a^2 \geq 0$.

h) Ermitteln Sie α (siehe Bild 3).

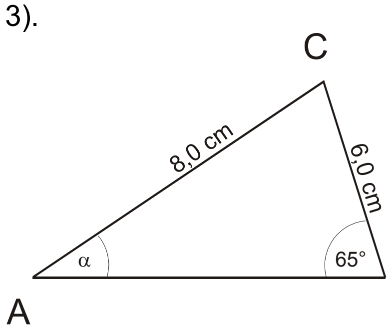

Bild 3 (nicht maßstäblich)

2.

Im Bild 4 ist ein Maschinenteil dargestellt. Das Maschinenteil hat die Form eines Prismas mit herausgearbeitetem Halbzylinder und herausgearbeitetem Quader.

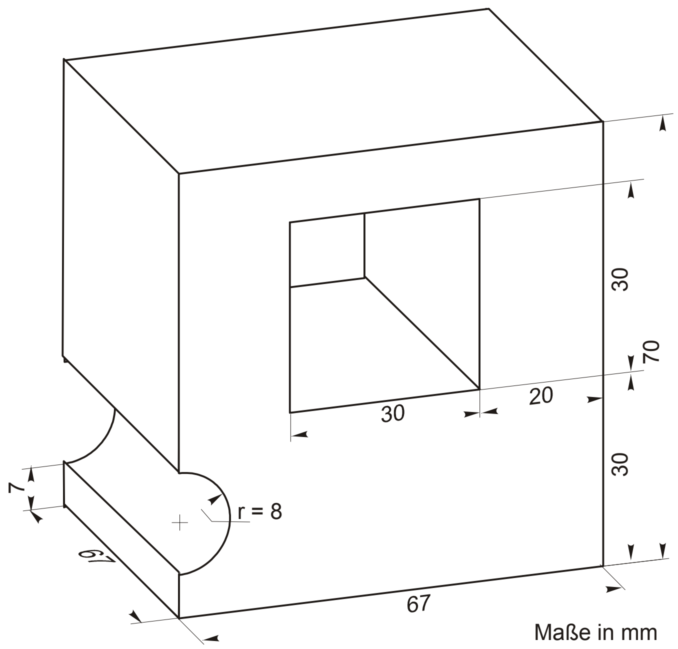

Bild 4 (nicht maßstäblich)

a) Berechnen Sie das Volumen dieses Maschinenteils.
b) Zeichnen Sie ein Zweitafelbild dieses Maschinenteils.

3.

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 5x + 2y = 13 \\ \underline{\text{II}} & \underline{y = -x + 5} \end{array} \qquad (x;\, y \in \mathbb{R})$$

a) Lösen Sie das Gleichungssystem rechnerisch.

b) Betrachten Sie jede Gleichung des Systems als Funktionsgleichung y=f(x) einer linearen Funktion. Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen in ein und dasselbe Koordinatensystem.
Die Graphen der Funktionen schneiden sich im Punkt S. Geben Sie die Koordinaten des Punktes S an.

c) Geben Sie zur Gleichung $y = -x + 5$ eine zweite Gleichung an, so dass ein Gleichungssystem entsteht, das keine Lösung hat.

Wahlaufgaben

Von den folgenden Aufgaben 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 und 4.5 sind zwei Aufgaben zu lösen.

4.1

Herr Müller möchte wissen, wie hoch die finanzielle Belastung durch seinen PKW ist. Er hat folgende Ausgaben pro Jahr:

Kraftfahrzeugsteuer:	205,25 €
Versicherung:	382,90 €
Nebenkosten:	900,00 €

Ferner entstehen Kosten für Kraftstoff und Öl, wobei ein durchschnittlicher Verbrauch von 7,5 l auf 100 km und eine Fahrleistung von 12000 km im Jahr zu Grunde gelegt wird.

Kraftstoff:	1,05 € pro Liter,
Öl:	2 % der Kraftstoffkosten

Damit Herr Müller nach vier Jahren ein neues Auto kaufen kann, legt er monatlich einen Betrag zurück, der zusammen mit dem Erlös für den Altwagen den Preis von 14 000 € für einen Neuwagen erbringt.
Der Altwagen kann noch zu 40 % des Neuwagenpreises in Zahlung gegeben werden.

Berechnen Sie, wie viel Euro Herr Müller durchschnittlich pro Monat sowohl für die laufenden Kosten für den PKW als auch zum Ansparen für den Neuwagen aufbringen muss.
(Zinsen und evtl. Preissteigerungen bleiben unberücksichtigt).

4.2
In einem Gefäß befinden sich 20 Kugeln. Sie unterscheiden sich nur durch die Farbe. Sie sind entweder grün oder rot oder blau.
Aus diesem Gefäß wird zufällig eine Kugel entnommen und anschließend wieder zurückgelegt. Dieser Vorgang wird mehrfach ausgeführt. Die Tabelle zeigt, wie oft dabei grüne, blaue bzw. rote Kugeln gezogen wurden.

Grüne Kugeln	Blaue Kugeln	Rote Kugeln
6	12	22

a) Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten für das Ziehen von grünen Kugeln und für das Ziehen von blauen Kugeln.
b) Geben Sie auf Grund der Berechnungen in a) eine Vermutung für die Anzahl der im Gefäß enthaltenen grünen, blauen und roten Kugeln an.
c) Geben Sie an, wie man durch Zufallsversuche die Sicherheit der in b) gewonnenen Vermutung erhöhen kann.
d) Die in a) berechneten relativen Häufigkeiten sollen bei dem oben beschriebenen Zufallsversuch „Ziehen einer Kugel mit anschließendem Zurücklegen“ als Wahrscheinlichkeiten gelten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim zweimaligen Ausführen des Versuchs eine grüne und eine blaue Kugel gezogen wird?

4.3
Mit der Realisierung des Projektes “ Wasserstraßenkreuz Magdeburg “ wird auch der Elbe-Havel-Kanal ausgebaut. Er muss so verbreitert und vertieft werden, dass er folgende Maße hat:

Wasserspiegelbreite: $w = 55{,}0$ m
Wassertiefe: $t = 4{,}0$ m

Das Kanalprofil hat die Form eines gleichschenkligen Trapezes (s. Bild 5).
Die Schräge der Böschung wird so angelegt, dass sie bei einer horizontalen Strecke von 3m um 1m ansteigt.

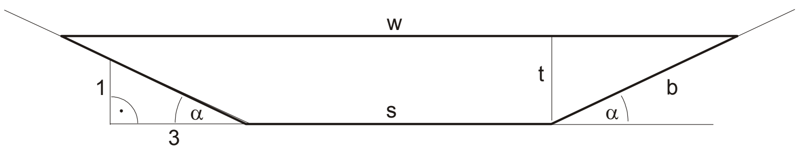

Bild 5 (nicht maßstäblich)

Der Kanal hat 2 Schleusen. Auf einer Länge von 2 km vor jeder Schleuse und 2 km hinter jeder Schleuse müssen die Kanalsohle (mit der Breite s) und der im Wasser liegende Teil der Böschungen (mit der Länge b) mit wasserundurchlässigem Material verdichtet werden.

a) Berechnen Sie den Böschungswinkel α.
b) Berechnen Sie die gesamte Fläche, die vor und hinter den Schleusen verdichtet werden muss?

4.4
Ein massives Werkstück hat die Form einer Halbkugel mit einem Radius von 1,5 cm.

a) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des Werkstücks. (Beachten Sie, dass zur Oberfläche auch die Grundfläche gehört.)
b) In welchem Verhältnis steht der Oberflächeninhalt des Werkstücks zum Flächeninhalt der Grundfläche?

Patrick stellt sich vor, dass eine Anzahl solcher Werkstücke der Größe nach geordnet ist. Beginnend mit dem oben genannten Werkstück hat jedes nachfolgende einen 1,5 cm längeren Radius als das vorhergehende.
Patrick möchte den Radius des kleinsten Werkstücks ermitteln, dessen Oberflächeninhalt größer als 10 000 cm² ist. Zu diesem Radius will er dann den Flächeninhalt der Grundfläche berechnen.

Hinweis:
Sie können entscheiden, ob Sie die Teilaufgabe c_1) oder c_2) lösen wollen.
c_1) Patrick verwendet ein Tabellenkalkulationsprogramm und legt folgende Kalkulationstabelle an:

	A	B	C
1	Radius	Oberflächeninhalt des Werkstücks	Flächeninhalt der Grundfläche
2	1,5		
3			

Geben Sie dafür Formeln für die Zellen A3, B2 und C2 an.
(Für π können Sie den Näherungswert 3,14 verwenden.)

c_2) Patrick verwendet einen Taschenrechner.
Ermitteln Sie damit den gesuchten Radius und den Flächeninhalt der Grundfläche.

4.5
Einem Kreis ist ein Rechteck einbeschrieben (s. Bild 6). Der Durchmesser des Kreises beträgt 39 cm. Das Rechteck hat einen Umfang von 102 cm.
Berechnen Sie die Längen der Rechteckseiten.

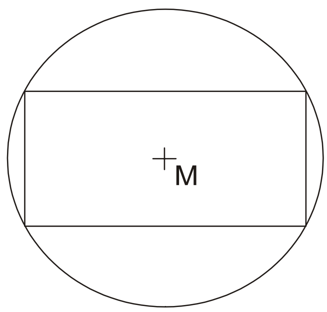

Bild 6 (nicht maßstäblich)