Ministerium
für Bildung und Kultur
des Landes Schleswig-Holstein

Zentrale Abschlussarbeit 2011

Mathematik

Korrekturanweisung

Mittlerer Schulabschluss

Impressum

Herausgeber
Ministerium für Bildung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Str. 16 -22, 24105 Kiel

Redaktion
Dr. Anja Fandel
Dr. Thomas Wehr

Aufgabenentwicklung
Ministerium für Bildung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung
Ministerium für Bildung und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Telefon 0431/988 - 2288, E-Mail: zab1@bildungsdienste.landsh.de

Druck:
Polyprint GmbH

Kiel, Mai 2011

Die Landesregierung im Internet: www.schleswig-holstein.de
Das IQSH im Internet: www.iqsh.schleswig-holstein.de

Diese Druckschrift wird im Rahmen der Öffentlichkeitsarbeit der schleswig-holsteinischen Landesregierung herausgegeben. Sie darf weder von Parteien noch von Personen, die Wahlwerbung oder Wahlhilfe betreiben, im Wahlkampf zum Zwecke der Wahlwerbung verwendet werden. Auch ohne zeitlichen Bezug zu einer bevorstehenden Wahl darf die Druckschrift nicht in einer Weise verwendet werden, die als Parteinahme der Landesregierung zugunsten einzelner Gruppen verstanden werden könnte. Den Parteien ist es gestattet, die Druckschrift zur Unterrichtung ihrer eigenen Mitglieder zu verwenden.

A Kurzformaufgaben Lösungen

A1 Gib alle natürlichen Zahlen an, die man an Stelle des Platzhalters einsetzen kann.

$$47 \leq x \leq 50$$

Man kann für x folgende natürliche Zahlen einsetzen: __47,48, 49, 50__

/1 P.

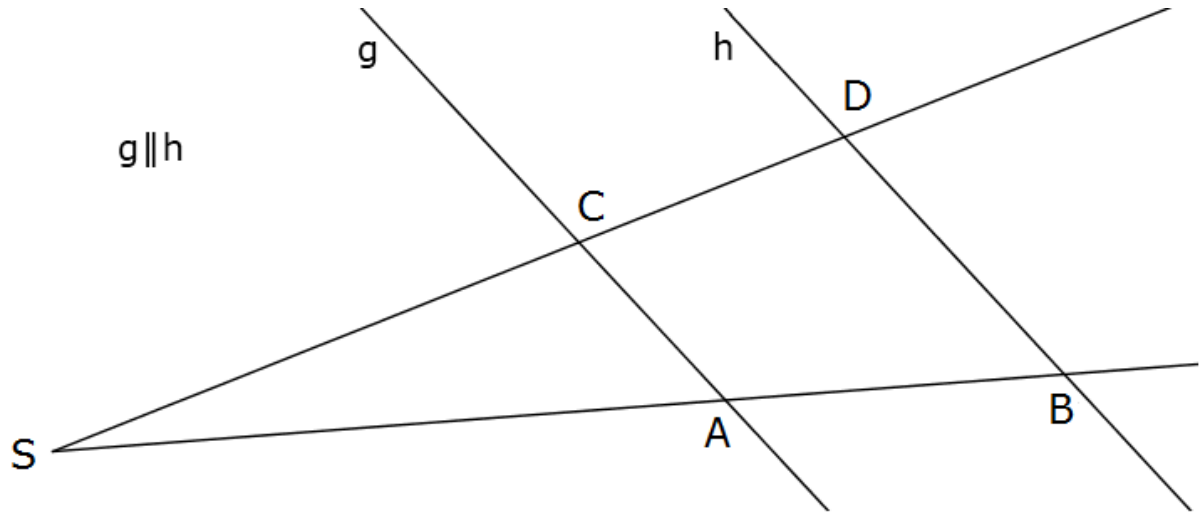
A2 Gegeben ist die Zahlenfolge

... , 15, 22, 29, 36, ...

- Gib das nächste Glied der Zahlenfolge an: ___43___
- Gib das Glied der Zahlenfolge vor der 15 an: ___8___

/2 P.

A3 Ergänze.



$$\frac{\overline{SA}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}} \qquad \frac{\overline{SC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{SD}}{\overline{BD}}$$

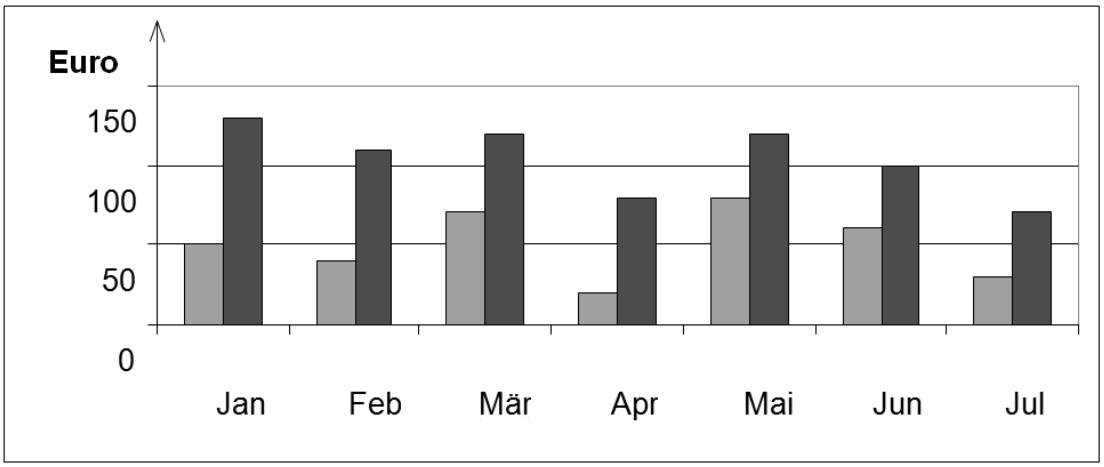
/2 P.

A4 Susanne hat eine Zahl auf Zehner gerundet und erhält 12450. Gib die kleinste Zahl an, die zu diesem Wert gerundet werden kann.

_____12445_____

/1 P.

A5 Das Diagramm zeigt die Ausgaben (hell) und die Einnahmen (dunkel) des Schulkiosks in Euro im Zeitraum Januar bis Juli.



➢ Entscheide, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.

Es kann abgelesen werden,	**wahr**	**falsch**
in welchem Monat die Ausgaben am geringsten waren.	X	☐
in welchem Monat der Unterschied zwischen Einnahmen und Ausgaben am größten war.	X	☐
dass der Gewinn im ersten Vierteljahr genau 311,17 € betrug.	☐	X
dass im Januar am meisten Schüler in der Schule waren.	☐	X

/4 P.

A6 Klaus baut aus einem roten, einem gelben und einem blauen Legostein einen drei Steine hohen Turm.

Wie viele Farbkombinationen für Türme sind mit diesen drei Steinen möglich?

Es gibt ____6____ verschiedene Farbkombinationen.

/1 P.

A7 Bei der Aufgabe $39{,}3 \cdot 19{,}68$ kommen vier Schüler zu unterschiedlichen Ergebnissen. Kreuze das richtige Ergebnis an.

☐ Kathrin 77,3424 ☐ Ole 773 424

☐ Michael 7734,24 ☒ Kristin 773,424

/1 P.

A8 Wie viele positive zweistellige Zahlen haben die 8 als Einerziffer?

Es sind ____9____ zweistellige Zahlen.

/1 P.

A9 Claudia, Sandra und Miri würfeln mit einem Würfel. Sie legen folgende Regeln fest:

Claudia gewinnt, wenn sie eine 6 würfelt. Sandra gewinnt, wenn sie eine ungerade Zahl würfelt. Miri gewinnt, wenn sie eine Zahl größer 2 würfelt.

Wer hat die größte Gewinnchance? Begründe deine Entscheidung indem du die Wahrscheinlichkeiten angibst.

_____Miri_____ hat die größte Gewinnchance, weil _____

$$\frac{1}{6} < \frac{1}{2}\left(\frac{3}{6}\right) < \frac{2}{3}\left(\frac{4}{6}\right)$$

Für jede richtige Wahrscheinlichkeit gibt es einen Punkt sowie einen Punkt für die Begründung.

/4 P.

A10 Bei einem Würfel ist jede Seitenfläche entweder rot oder weiß angemalt. Die Wahrscheinlichkeit, dass nach dem Würfeln eine rote Seite oben liegt, beträgt $\frac{1}{3}$.

Wie viele Seiten des Würfels sind rot?

☐ 1 Seite ☒ 2 Seiten ☐ 3 Seiten

☐ 4 Seiten ☐ 5 Seiten ☐ 6 Seiten

/1 P.

A11 Entscheide, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.

	wahr	**falsch**
Jedes Rechteck ist ein Quadrat.	☐	☒
$\frac{2}{3}$ Liter Saft ist weniger als $\frac{18}{27}$ Liter Saft.	☐	☒
27 ist eine Primzahl.	☐	☒
$\sqrt{2}$ ist irrational.	☒	☐

/4 P.

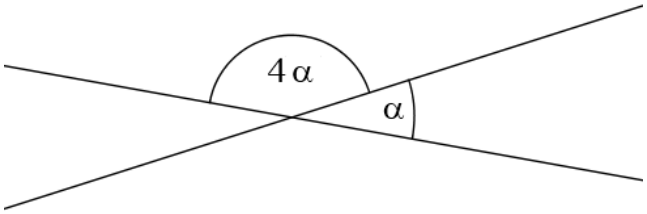
A12 Ersetze das x durch die größtmögliche einstellige Zahl, bei der noch eine wahre Aussage entsteht.

$x \cdot 800 \leq 7 \cdot 10^3$ $\qquad$ x = ____8____

$7 \cdot 10^5 \leq 7 \cdot 10^x \leq 7 \cdot 10^9$ $\qquad$ x = ____9____

/2 P.

A13 Bestimme α.



α = ____36°_

/1 P.

A14 Ein Zug fährt um 6:45 Uhr in Kiel ab und ist um 9:38 Uhr am Zielort.
Wie viele Minuten ist der Zug unterwegs?

Der Zug ist _____2h 53 min = 173_____ Minuten unterwegs.

/1 P.

A15 Kreuze an, welche Figur immer **alle** nachfolgenden Eigenschaften besitzt.

- Mindestens zwei Seiten stehen senkrecht aufeinander.
- Mindestens zwei Seiten sind parallel.
- Die Summe der Innenwinkel beträgt 360°.

☐ Rechtwinkliges Dreieck $\qquad$ ☒ Rechteck

☐ Drachen $\qquad$ ☐ Trapez

/1 P.

A16 Welcher Term hat den gleichen Wert wie 44 + 45 + 46 ?

☐ $3 \cdot 43$ $\qquad$ ☐ $3 \cdot 44$ $\qquad$ ☒ $3 \cdot 45$ $\qquad$ ☐ $3 \cdot 46$

/1 P.

A17 20% der Klasse sind heute krank. Das sind 6 Schülerinnen und Schüler.

Wie viele Schülerinnen und Schüler hat die Klasse?

Es sind _30__ Schülerinnen und Schüler in der Klasse.

/1 P.

A18 Gib die Zahl an, die in der Mitte von 600 und 950 liegt.

600 _775_ 950

/2 P.

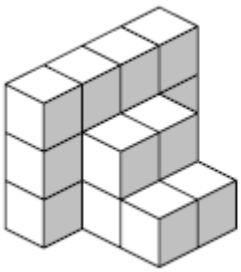
A19 Schreibe als Term:

Multipliziere die Summe der Zahlen -15 und +20 mit 12.

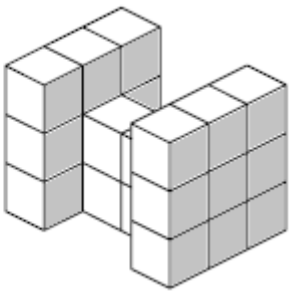
$(-15+20)\cdot 12$

/1 P.

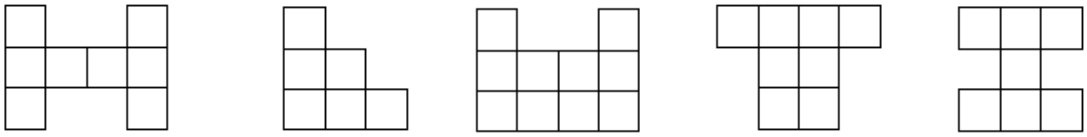
A20 Wie sehen die Körper von unten aus?



D



A



A B C D E

Schreibe den passenden Buchstaben A, B, C, D oder E in das Kästchen unter dem Körper.

/2 P.

A21 Wenn eine Zahl 2 und 4 als Teiler hat, dann ist 8 auch immer ein Teiler dieser Zahl.
Stimmt diese Aussage?

☐ ja ☒ nein

Begründung oder Gegenbeispiel:

Z.B. 4 und 12 sind nicht durch 8 teilbar, aber durch 2 und 4.

/1 P.

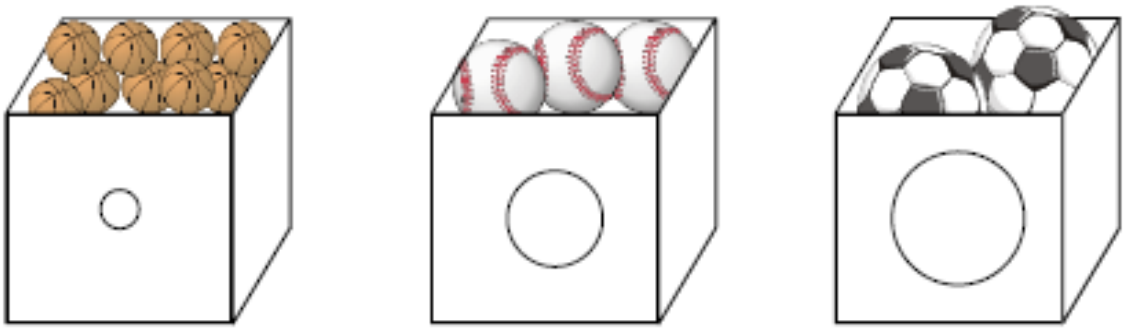
A22 Was gibt der Wachstumsfaktor 1,23 an?

☐ 123% Zuwachs ☒ 23% Zuwachs

☐ 12,3% Zuwachs ☐ 2,3% Zuwachs

/1 P.

A23 Du siehst drei Kartons mit Bällen unterschiedlicher Größe.



ein Ball 2 € ein Ball 3 € ein Ball 4 €

Du möchtest Bälle in drei verschiedenen Größen kaufen und genau 20,- € ausgeben.
Wie viele Bälle kannst du von jeder Sorte kaufen? Gib eine mögliche Einkaufskombination an.

Beispiel:

Ich kann __3__ kleine Bälle, __2__ mittelgroße Bälle und __2__ große Bälle kaufen.

/0 oder 2 P.

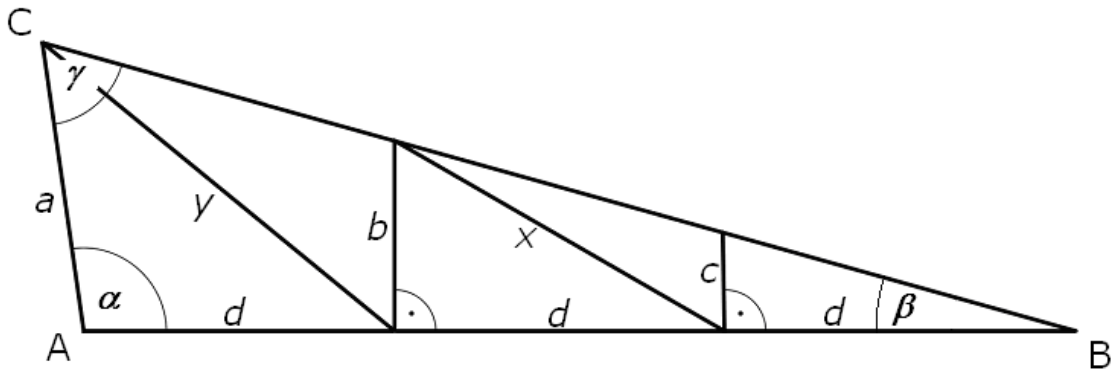
A24 Fünf Schüler stehen der Größe nach in einer Reihe. Rolf ist kleiner als Martin, Carsten ist kleiner als Rolf, Wolfgang ist größer als Rolf, Carsten ist größer als Fabian, Martin ist der Größte.

In welcher Reihenfolge stehen die Jungen? Kreuze an.

- [ ] Martin, Carsten, Fabian, Wolfgang, Rolf,
- [ ] Martin, Rolf, Carsten, Fabian, Wolfgang
- [X] Martin, Wolfgang, Rolf, Carsten, Fabian
- [ ] Martin, Wolfgang, Rolf, Fabian, Carsten

/0 oder 2 P.

B1 Komplexaufgabe Gittermast - Lösung



a) Berechne $\overline{AB}$.

$\overline{AB} = 3 \cdot d$

$\overline{AB} = 3 \cdot 110$

$\overline{AB} = 330\,cm$ (1)

$\overline{AB}$ ist 330 *cm* lang.

/1 P.

---

b) Berechne *x* und *y*.

$x^2 = b^2 + d^2$

$x = \sqrt{b^2 + d^2}$ (1)

$x = \sqrt{58,2^2 + 110^2}$

$x \approx 124,4\ cm$ (1)

x ist ungefähr 124,4 *cm* lang.

$y^2 = a^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot d \cdot \cos 95,5°$ (1)

$y = \sqrt{a^2 + d^2 - 2 \cdot a \cdot d \cdot \cos 95,5°}$

$y = \sqrt{90^2 + 110^2 - 2 \cdot 90 \cdot 110 \cdot \cos 95,5°}$ (1)

$y \approx 148,7\,cm$ (1)

y ist rund 148,7 *cm* lang.

/5 P.

---

c) Bestimme β und γ.

$\tan\beta = \frac{c}{d}$ (1)

$\tan\beta = \frac{29,1}{110}$

$\tan\beta \approx 0,2645$

$\beta \approx 14,82°$ (1)

Der Winkel β beträgt rund 14,8°.

$\gamma = 180° - 95,5° - \beta$ (1)

$\gamma \approx 180° - 95,5° - 14,82°$

$\gamma \approx 69,68°$ (1)

Der Winkel γ beträgt rund 69,7°.

/4 P.

---

d) Berechne $\overline{BC}$.

$\overline{BC}^2 = a^2 + (3d)^2 - 2a \cdot 3d \cdot \cos\alpha$ (1)

$\overline{BC}^2 = 90^2 + (3 \cdot 110)^2 - 2 \cdot 90 \cdot 330 \cdot \cos 95,5°$

$\overline{BC} \approx 350,28\ cm$ (1)

$\overline{BC}$ ist ungefähr 350,3 *cm* lang.

/2 P.

---

e) Begründe, warum *a* nicht genau dreimal so lang wie *c* sein kann.

Die Begründung erfolgt z. B. über die Strahlensätze:

Wenn $\alpha = 90°$ wäre, dann wären *a* und *c* parallel und es

würde wegen des Strahlensatzes $a = 3 \cdot c$ sein, (1)

weil $\overline{AB} = 3 \cdot d$ ist. (1)

Es ist aber $\alpha > 90°$ und daher muss dann *a* länger als $3 \cdot c$ sein, wie man an der Zeichnung sieht. (1)

/3 P.

B2 Komplexaufgabe Solarleuchten - Lösung

a) Berechnung des Materials für die zylindrische Verpackung

Höhe (Länge des Zylinders): 48 *cm* Radius: 6 *cm* (1)

$O = 2\pi r \cdot (r + h)$

$O = 2\pi \cdot 6 \cdot (6 + 48)$ (1)

$O \approx 2035{,}75\ cm^2$ (1)

$zzgl.5\%:$

$2035{,}75 \cdot 1{,}05 \approx \mathit{2137{,}54}$ (1)

Für eine zylindrische Verpackung werden 2138 *cm²* Pappe benötigt.

/4 P.

---

b) Berechnung des Materials für die prismenförmige Verpackung.

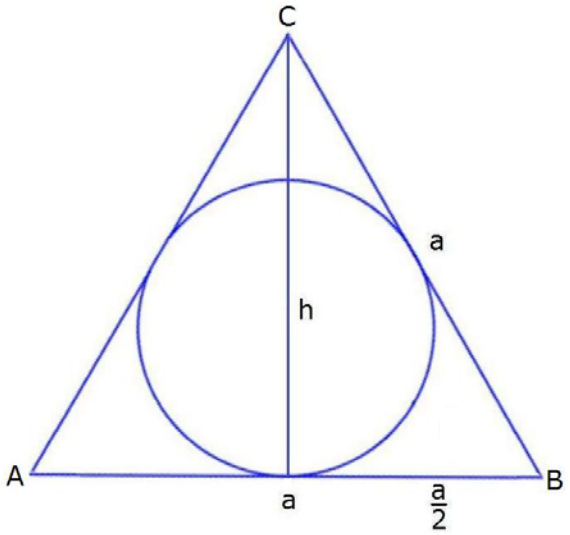
Länge einer Dreiecksseite:

$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$ (1)

$\frac{3}{4}a^2 = 18^2$

$a = \sqrt{432}$

$a \approx 20{,}78\,cm$ (1)



Für die Skizze (1)

/3 P.

Oberfläche der prismenförmigen Verpackung:

Länge: 48 *cm* Dreieckshöhe: 18 *cm* (1)

$O = 2 \cdot A_{Dreieck} + 3 \cdot Rechtecke$ (1)

$O = 2 \cdot \frac{a \cdot h_{Dreieck}}{2} + 3 \cdot h_{Prisma} \cdot a$

$O \approx 2 \cdot \frac{20{,}78 \cdot 18}{2} + 3 \cdot 48 \cdot 20{,}78$

$O \approx 3366{,}36\ cm^2$ (1)

Für die prismenförmige Verpackung werden rund 3366 *cm²* Pappe benötigt.

/3 P.

---

c) <u>Bestimmung des Hohlraumes zylindrische Verpackung</u>

Kugeldurchmesser: 12 cm

Kugelvolumen:

$$V_{Ku} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V_{Ku} = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3$$

$$V_{Ku} \approx 904{,}78\ cm^3 \qquad (1)$$

Volumen der zylindrischen Verpackung:

$$V_{Zy} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Zy} \approx \pi \cdot 6^2 \cdot 48$$

$$V_{Zy} \approx 5428{,}67\, cm^3 \qquad (1)$$

Hohlraum:

$$V_{Ho} = V_{Zy} - 4 \cdot V_{Ku} \qquad (1)$$

$$V_{Ho} \approx 5428{,}67 - 4 \cdot 904{,}78$$

$$V_{Ho} \approx 1809{,}55\ cm^3 \qquad (1)$$

$$Verhältnis = \frac{V_{Ho}}{V_{Zy}}$$

$$Verhältnis \approx \frac{1809{,}55}{5428{,}67} \approx \frac{18}{54} = \frac{1}{3} \qquad (1)$$

Die Schätzung ist richtig. Der Hohlraum macht ziemlich genau $\frac{1}{3}$ des Volumens der Verpackung aus.

/5 P.

B3 Komplexaufgabe Hochspannungsleitung - Lösung

a) Die Gleichungen B und D scheiden aus, da der Scheitelpunkt des parabelförmigen Kabelstücks unterhalb des Erdbodens liegen würde. (1)

Die Gleichung C scheidet aus, da der Scheitelpunkt höher als im Frühjahr liegen würde und das Kabelstück somit kürzer als im Frühjahr wäre. (1)

Die Gleichung A ist die gesuchte Lösung, da der Scheitelpunkt niedriger als im Frühjahr liegt und das Kabel somit stärker durchhängt und damit länger als im Frühjahr ist. (1)

/3 P.

---

b)

$x = 150\,m$

$y = 52{,}5\,m$

$c = 30\,m$ (1)

$y = a \cdot x^2 + c$

$y - c = a \cdot x^2$

$a = \frac{y - c}{x^2}$ (1)

$a = \frac{52{,}5 - 30}{150^2}$

$a = 0{,}001$ (1)

Die Gleichung lautet $y = 0{,}001 \cdot x^2 + 30$. (1)

/4 P.

---

c)

$r = 520\,m$

$l = \frac{1}{10} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$ (1)

$l = \frac{1}{5} \cdot \pi \cdot r$

$l = \frac{1}{5} \cdot \pi \cdot 520$ (1)

$l = 104 \cdot \pi$

$l \approx 326{,}7256\,m$

$diff = l - 300$

$diff \approx 26{,}7256\,m$

Das Kabel ist rund 26,7 *m* länger als der Abstand zwischen den Masten. (1)

/3 P.

---

d) Abstand zum Wasser.

Rechnerische Lösung:

$x = 0\,m$

$y = 0,002 \cdot x^2 + 52$

$y = 0,002 \cdot 0^2 + 52$ (1)

$y = 52\,m$

Der niedrigste Punkt des Kabels befindet sich 52 *m* über der Wasseroberfläche. (1)

Alternative Lösung

Textform:

Der Scheitelpunkt ist (0/52). Da die Parabel nach oben geöffnet ist, ist der Scheitelpunkt der niedrigste Punkt. (1)

Der niedrigste Punkt des Kabels befindet sich 52 *m* über der Wasseroberfläche. (1)

/2 P.

---

e) Höhe der Befestigungspunkte an den Hochspannungsmasten.

$x = 90\,m$ (1)

$y = 0,002 \cdot x^2 + 52$ (1)

$y = 0,002 \cdot 90^2 + 52$

$y = 68,2\,m$

Das Kabel ist in einer Höhe von 68,2 *m* an den Masten befestigt. (1)

/3 P.

B4 Komplexaufgabe Lösung - Bakterien

a)

- Nach 9,5 Tagen sind rund 400 Bakterien vorhanden. (1)
- Nach 3 Tagen sind es rund 50 Bakterien (1)
- Bakterien nach 12 Tagen: $20 \cdot 44{,}5 = 890$ (1)

  Bakterien nach 24 Tagen: $20 \cdot 44{,}5^2 = 39605$ (1)

  Bakterien nach 36 Tagen: $20 \cdot 44{,}5^3 \approx 1762400$ (1)

/5 P.

---

b) Faktor q für einem Tag und Bakterien nach einem Tag.

$g_0 = 20,\ \ g_n = 97,\ \ n = 5$ (1)

$$g_n = g_o \cdot q^n$$
$$q^n = \frac{g_n}{g_0}$$
$$q = \sqrt[n]{\frac{g_n}{g_0}} \quad (1)$$
$$q = \sqrt[5]{\frac{97}{20}}$$
$$q \approx 1{,}37 \quad (1)$$

Der Wachstumsfaktor beträgt also ungefähr 1,37.

$$g_1 = g_o \cdot q$$
$$g_1 \approx 20 \cdot 1{,}37$$
$$g_1 \approx 27{,}4 \quad (1)$$

Nach einem Tag sind rund 27 Bakterien vorhanden. (1)

(Richtig ist auch die Antwort 28 Bakterien)

/5 P.

---

c) In welcher Zeit haben sich die Bakterien einer anderen Bakterienart von 10 auf 20 000 vermehrt? 10 bis 12 Tage?

$g_0 = 10,\ \ g_n = 20\,000,\ q = 1,8$ (1)

$$g_n = g_o \cdot q^n$$
$$\lg g_n = \lg g_0 + n \cdot \lg q \qquad (1)$$
$$\lg g_n - \lg g_0 = n \cdot \lg q$$
$$n = \frac{\lg g_n - \lg g_0}{\lg q} \qquad (1)$$
$$n = \frac{\lg 20\,000 - \lg 10}{\lg 1,8}$$
$$n \approx 12,93 \qquad (1)$$

Petra irrt sich. Erst nach rund 13 Tagen sind über 20 000 Bakterien vorhanden. (1)

Alternativ z.B. durch Probieren:

$g_0 = 10,\ n_1 = 10,\ \ n_2 = 12,\ \ g_n = 20\,000,\ q = 1,8$ (1)

$$g_{10} = g_o \cdot q^{10}$$
$$g_{10} \approx 10 \cdot 1,8^{10}$$
$$g_{10} \approx 3570 \qquad (1)$$

$$g_{12} = g_o \cdot q^{12}$$
$$g_{12} \approx 10 \cdot 1,8^{12}$$
$$g_{12} \approx 11568 \qquad (1)$$

$$g_{13} = g_{12} \cdot 1,8$$
$$g_{13} = 11568 \cdot 1,8$$
$$g_{13} \approx 20822 \qquad (1)$$

Petra irrt sich. Erst nach rund 13 Tagen sind über 20 000 Bakterien vorhanden. (1)

/5 P.

a) Für Eltern verkaufte Eintrittskarten.

$144 : 5 = 28,8$ (1)

Durchschnittlich wurden 29 (28) Karten für Eltern pro Tag verkauft.

- Prozentualer Anteil der in der Woche für Schüler, Eltern und Lehrer verkauften Karten.

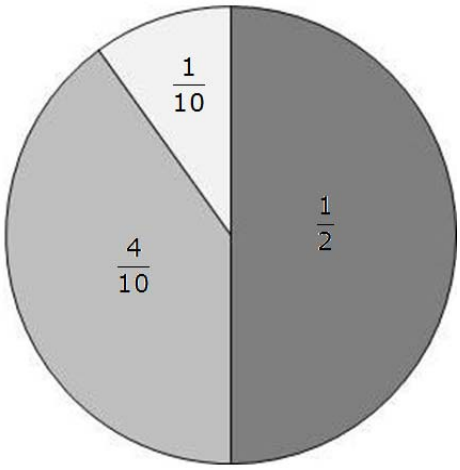
$$Summe = 180 + 144 + 36 = 360$$

$$p_{Schüler} = \frac{180 \cdot 100}{360}\,\% = 50\% \quad (1)$$

$$p_{Eltern} = \frac{144 \cdot 100}{360}\,\% = 40\% \quad (1)$$

$$p_{Lehrer} = 100\% - 50\% - 40\% = 10\% \quad (1)$$

- Kreisdiagramm



– *Zeichnung entspricht im Wesentlichen den Anforderungen (Größe und Prinzip der Kreisgrafik richtig, 50%-Sektor richtig, die anderen beiden Sektoren wenigstens annähernd richtig)* (1)
– *komplett richtige Aufteilung in die Sektoren* (1)
– *richtige Beschriftung mit % oder Bruch* (1)

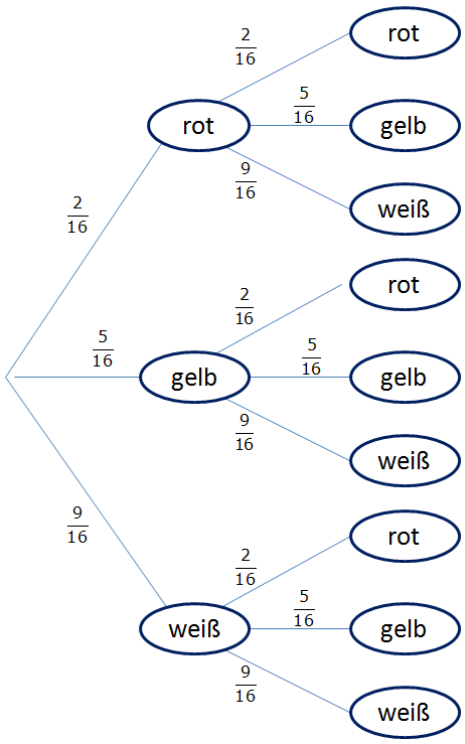
/7 P.

b) Welche Packungsgröße ist am günstigsten?

Bei den Softdrinks ist die 0,5 Liter - Packungsgröße am günstigsten, (1)
bei den Erdnüssen ist die 125 *g* - Packungsgröße am günstigsten. (1)

/2 P.

c) Baumdiagramm für zweimaliges Drehen.



– *Für die Darstellung der zwei Ebenen mit 2 mal 3 Zweigen:* (1)

– *Für die sinnvolle Beschriftung der Knoten und Enden:* (1)

– *Für die Wahrscheinlichkeiten an den Ästen der Stufe 1:* (1)

– *Für die Wahrscheinlichkeiten an den Ästen der Stufe 2:* (1)

Die Angabe der Wahrscheinlichkeiten am Ende der Pfade ist hier gemäß Auftrag nicht erforderlich.

➢ Wahrscheinlichkeit nacheinander zweimal Gelb zu treffen.

$$p_{2gelb} = \frac{5}{16} \cdot \frac{5}{16} = \frac{25}{256} \approx 0{,}098 = 9{,}8\%$$ (1)

Die Wahrscheinlichkeit, dass 2 gelbe Felder nacheinander getroffen werden ist gleich $\frac{25}{256}$.

➢ Wahrscheinlichkeit nacheinander Gelb und Rot zu treffen..

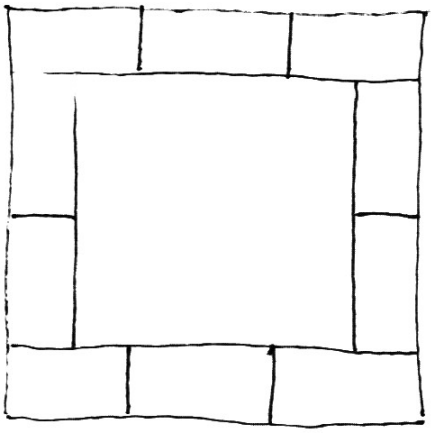
$$2 \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{2}{16} = \frac{20}{256} = \frac{5}{64} \approx 0{,}078 = 7{,}8\%$$ (1)

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein gelbes und ein rotes Feld nacheinander getroffen werden ist gleich $\frac{5}{64}$ (*Auch der ungekürzte Bruch wird akzeptiert.*).

/6 P.

Zusatzaufgabe Lego – Pyramide – Lösung

a) Skizziere den Aufbau der 5.Schicht.



/1 P.

b) Ergänze die Tabelle.

Nummer der Schicht von oben	Anzahl der Steine für die Schicht	Anzahl der Steine an einer Seite der Schicht	
1. Schicht	2	1	
2. Schicht	4	1,5	
3. Schicht	6	2	
4. Schicht	8	2,5	
n. Schicht	$2 \cdot n$	$\frac{n}{2} + \frac{1}{2}$ *oder* $\frac{n+1}{2}$	(2)
99. Schicht	198	50	(2)
100. Schicht	200	50,5	(2)

Die Punkte für die richtigen Einträge bei der 99. und 100. Schicht gibt es nur bei nachvollziehbaren Erklärungen oder Rechnungen.

Erläuterung zu 99: (z.B.)

Berechnung der Anzahl der Steine in der 99. Schicht:

Ich habe die Formel $2 \cdot n$ *benutzt.*

oder*:*

Ich habe zuerst die 100. Schicht berechnet und dann 2 Steine abgezogen.

Berechnung der Anzahl der Steine für eine Seite der 99. Schicht:

Ich habe die Formel $\frac{n+1}{2}$ *benutzt.*

oder*:*

Ich habe die Nummer der Schicht halbiert und zur Anzahl der Steine einen halben Stein dazu addiert.

Erläuterung zu 100: (z.B.)

Berechnung der Anzahl der Steine in der 100. Schicht:

Für die Berechnung der Anzahl der Steine in der 100. Schicht habe ich die Formel $2 \cdot n$ *benutzt.*

oder:

Ich habe $2 \cdot 50$ *Steine und dann noch* $2 \cdot 49$ *addiert, weil an zwei Seiten ja immer ein Stein weniger gebraucht wird.*

Berechnung der Anzahl der Steine für eine Seite der 100. Schicht:

Ich habe die Formel $\frac{n+1}{2}$ *benutzt.*

oder*:*

Ich habe zu dem Wert für die 99. Schicht einen halben Stein dazu addiert.

/6 P.

---

c) Für die Bestimmung der Anzahl der Steine für eine Pyramide mit *n*-Schichten kann man bspw. die Methode von Gauß anwenden.

Anzahl der Steine für eine Pyramide mit *n*-Schichten

$= 2 + 4 + 6 + \ldots + 2n$ (1)

$= (2 + 2n) + (4 + (2n - 2)) + \ldots + \left(\frac{2n}{2} + \left(\frac{2n}{2} + 2\right)\right)$ (1)

$= \underbrace{(2 + 2n) + (2 + 2n) + \ldots + (2 + 2n)}_{\frac{n}{2}\ Summanden}$ (1)

$= (2 + 2n) \cdot \frac{n}{2}$ (1)

$= 2 \cdot \frac{n}{2} + 2n \cdot \frac{n}{2}$

$= n + n^2$ (1)

$= n \cdot (n + 1)$

/5 P.

---

d) Berechnung des Pyramidenvolumens.

Die Grundkante der Pyramide mit $n = 100$ Schichten besteht aus $\frac{n+1}{2} = \frac{100+1}{2} = 50{,}5$ Steinen.

Damit ergibt sich für die Seitenlänge s und die Höhe h:

$$\left.\begin{aligned} s &= 50{,}5 \cdot 32\,mm = 1616\,mm \\ &\approx 162\,cm \approx 1{,}62\,m \\ h &= 101 \cdot 10\,mm = 1010\,mm \\ &= 101\,cm = 1{,}01\,m \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

$$V_{Pyramide} \approx \frac{1}{3} \cdot 1{,}62^2 \cdot 1{,}01\,m^3 \quad (1)$$

$$V_{Pyramide} \approx 0{,}884\,m^3 \quad (1)$$

Das Volumen beträgt rd. 0,884 m^3.

/3 P.